

চতুৰ্থ অধ্যায়

দ্বিঘাত সমীকৰণ (QUADRATIC EQUATIONS)

অনুশীলনী -4.1

প্ৰশ্ন 1. তলৰবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ হয়নে পৰীক্ষা কৰা :

$$(i)(x + 1)^2 = 2(x - 3)$$

$$(ii)x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$$

$$(iii)(x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$$

$$(iv)(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$$

$$(v)(2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$$

$$(vi)x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$$

$$(vii)(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$$

$$(viii)x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$$

সমাধান :

$$(i)(x + 1)^2 = 2(x - 3) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 2x + 1 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 7 = 0; \text{ এই সমীকৰণৰ } x\text{-অৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত } x^2 \text{ আৰু ইয়াৰ সূচক দুই ।}$$

অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ ।

সমাধান :

$$(ii)x^2 - 2x = (-2)(3 - x) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = - + 6 + 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 6 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত শিৰ্ষৰ সূচক-দুই । অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ ।}$$

সমাধান :

$$(iii)(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} - x - 2 - \cancel{x^2} - 2x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow -3x + 1 = 0; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সূচক } | \text{ অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ নহয়।}$$

সমাধান :

$$(iv)(x-3)(2x+1) = x(x+5) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 + 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = x^2 - 5x$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 3 = 0; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সূচক দুই। অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ।}$$

সমাধান :

$$(v)(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 - x5x - 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = x^2 + 4x - 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 - x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 8 = 0; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সূচক দুই। অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ।}$$

সমাধান :

$$(vi)x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2 \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 3x + 1 - \cancel{x^2} + 4x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 7x - 3 = 0; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সূচক এক। অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ নহয়।}$$

সমাধান :

$$(vii)(x+2)^3 = 2x(x^2-1) \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^3 + (2)^3 + 3(x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot (x) \cdot (2)^3 = 2x^3 - 2x$$

$$\Rightarrow x^3 + 8 + 6x^2 + 12x - 2x^3 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 + 6x^2 + 14x - 8 = 0 ; \text{ ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত আৰু ইয়াৰ সূচক তিনি । অৰ্থাৎ প্রদত্ত}$$

সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ নহয় ।

সমাধান :

$$(viii) x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3 \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 + 6x^2 + 12x - 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 11x + 9 = 0$$

ইয়াত অজ্ঞাত বাশিৰ সূচক দুই । অৰ্থাৎ প্রদত্ত সমীকৰণটো দ্বি-ঘাত সমীকৰণ ।

প্ৰশ্ন 2. তলৰ পৰিস্থিতিকেইটাক দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আৰ্হিত প্রদৰ্শন কৰা :

(i) আয়তাকাৰ মাটি এটুকুৰাৰ কালি 528 বৰ্গ মিটাৰ । মাটি টুকুৰাৰ দীঘ ইয়াৰ পথালিৰ দুগুণতকৈ 1 (মিটাৰত) বেছি । আমি

মাটি টুকুৰাৰ দীঘ আৰু প্রস্থ উলিয়াব লাগে ।

(ii) দুটা ক্ৰমিক যোগাযক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল 106 । আমি সংখ্যা দুটা উলিয়াব লাগে ।

(iii) বোহণৰ মাক তেওঁতকৈ 26 বছৰ ডাঙৰ । তেওঁলোকৰ বয়সৰ গুণফল (বছৰত) আজিৰ পৰা 3 বছৰ পিছত

হ'বগৈ 360 । বোহনৰ বৰ্তমান বয়স আমি উলিয়াব লাগে ।

(iv) এখন ট্ৰেইনে 480 কিলোমিটাৰ পথ এটা সমান দ্ৰুতিত ভ্ৰমণ কৰে । যদি এই দ্ৰুতি প্রতি ঘণ্টাত 8 কি.মি. কম

হ'লেহেঁতেন, তেন্তে একে সমান দূৰত্ব আণ্ডৰিবলৈ 1 ঘণ্টা বেছি ল'লেহেঁতেন । আমি ট্ৰেইনখনৰ দ্ৰুতি উলিয়াব লাগে ।

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল, আয়তাকাৰ এটুকুৰা মাটি প্রস্থ = x মি.

$$\text{আৰু দৈৰ্ঘ্য} = (2x + 1) \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্ৰফল} = x(2x + 1) = (2x^2 + 1) \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{প্ৰশ্নমতে, } 2x^2 + x = 528$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 32x + 33x - 528 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x - 16) + 33(x - 16) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 16)(2x + 33) = 0$$

$$\Rightarrow x - 16 = 0 \text{ অথবা } 2x + 33 = 0$$

$$\Rightarrow x = 16 \text{ অথবা } x = -\frac{33}{2}$$

∴ প্রস্থ ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে ।

$$\therefore x = -\frac{33}{2} \quad (\text{বর্জিত})$$

$$\therefore x = 16$$

∴ প্রস্থ = 16 মি. আৰু দীঘ বা দৈৰ্ঘ্য = $(2 \times 16 + 1) = 33$ মি.

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল, দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যা x হয় আৰু $x + 1$

$$\text{সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফল} = x(x + 1) = x^2 + x$$

$$\text{প্ৰশ্নতে, } x^2 + x = 306$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 18x - 17x - 306 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 18) - 17(x + 18) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 18)(x - 17) = 0$$

$$\Rightarrow x - 17 = 0$$

$$\text{অথবা, } x + 18 = 0$$

$$\Rightarrow x = 17 \text{ অথবা } x = -18$$

ইয়াত, $x = -18$ বর্জিত ।

$$\therefore x = 17$$

∴ নিৰ্ণয়ে দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক সংখ্যা হ'ল : 17 আৰু $(17 + 1) = 18$ ।

সমাধান :

(iii) ধৰা হ'ল, বোহণৰ বৰ্তমান বয়স = x বছৰ

$$\text{বোহণৰ মাকৰ বয়স} = (x + 26) \text{ বছৰ}$$

3 বছৰ পিছত বোহণৰ বয়স হ'ব $(x + 3)$ বছৰ

আৰু ৰোহণৰ মাকৰ বয়স হ'ব $(x + 26 + 3)$ বছৰ

$$= (x + 29) \text{ বছৰ}$$

$$\therefore \text{সিহঁতৰ বয়সৰ গুণফল} = (x + 3)(x + 29)$$

$$= x^2 + 32x + 87$$

$$\therefore \text{চৰ্তমতে, } x^2 + 32x + 87 = 360$$

$$\Rightarrow x^2 + 32x + 87 - 360 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 39) - 7(x + 39) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 39)(x - 7) = 0$$

$$\Rightarrow x + 39 = 0 \text{ অথবা } x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = -39 \text{ অথবা } x = 7$$

ইয়াত, $x = -39$ বৰ্জিত হ'ব। কাৰণ বয়স ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

$$\therefore x = 7 \text{ ধৰা হ'ব।}$$

$$\therefore \text{ৰোহণৰ বয়স} = 7 \text{ বছৰ।}$$

সমাধান :

(iv) ধৰা হ'ল, ট্ৰেইনৰ দ্রুতি বা বেগ = u কি.মি./ঘণ্টা।

ট্ৰেইন দ্বাৰা অতিক্রম কৰা পথ = 480 কি.মি.

$$\text{আৰু সময়} = \frac{480}{u} \text{ ঘণ্টা।}$$

যদি ট্ৰেইনৰ গতি 8 কি.মি./ঘণ্টা হ্রাস কৰা হয়, তেনে হ'লে ট্ৰেইনখনৰ নতুন গতি হ'ব $u - 8$ আৰু সময়

দৰকাৰ হ'ব $\frac{480}{u-8}$ ঘণ্টা।

$$\therefore \text{প্ৰথমতে, } \frac{480}{u-8} - \frac{480}{u} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{480u - 480(u-8)}{u(u-8)} = 3$$

$$\Rightarrow 3840 = 3(u^2 - 8u)$$

$$\Rightarrow u^2 - 8u = 1280 \quad \Rightarrow u^2 - 8u - 1280 = 0$$

$$\Rightarrow u^2 - 40u + 32u - 1280 = 0$$

$$\Rightarrow u(u - 40) + 32(u - 40) = 0$$

$$\Rightarrow (u - 40)(u + 32) = 0$$

$$\Rightarrow u - 40 = 0 \text{ অথবা, } u + 32 = 0$$

$$\Rightarrow u = 40 \text{ অথবা, } u = -32. \text{ ইয়াত, } u = -32. \text{ গ্ৰহণ কৰা নহয়।}$$

$$\therefore u = 40$$

$$\therefore \text{ফ্ৰাইনখনৰ দ্ৰুতি} = 40 \text{ কি.মি./ঘণ্টা।}$$

অনুশীলনী - 4.2

প্ৰশ্ন 1. উৎপাদকীকৰণৰ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

$$(i) x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(ii) 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$(iii) \sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$(iv) 2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

$$(v) 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

সমাধান :

$$(i) \quad x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5) = 0 \text{ অথবা, } (x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ অথবা, } x = -2$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : 5 আৰু -2.}$$

সমাধান :

$$(ii) \quad 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x+2) - 3(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2) = 0 \text{ অথবা, } (2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ অথবা, } x = \frac{3}{2}$$

\therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় : -2 আৰু $\frac{3}{2}$.

সমাধান :

$$(iii) \quad \sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 2x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x(x + \sqrt{2}) + 5(x + \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow (x + \sqrt{2})(\sqrt{2}x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{2} = 0 \text{ অথবা, } \sqrt{2}x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{2} \text{ অথবা, } x = \frac{-5}{\sqrt{2}}$$

\therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় : $-\sqrt{2}$ আৰু $\frac{-5}{\sqrt{2}}$.

সমাধান :

$$(iv) \quad 2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{16x^2 - 8x + 1}{8} = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x - 1)(4x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 1 = 0 \text{ অথবা, } 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ অথবা, } x = \frac{1}{4}$$

\therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{1}{4}$ আৰু $\frac{1}{4}$.

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (v) \quad & 100x^2 - 20x + 1 = 0 \\
 \Rightarrow & 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0 \\
 \Rightarrow & 10x(10x - 1) - 1(10x - 1) = 0 \\
 \Rightarrow & (10x - 1)(10x - 1) = 0 \\
 \Rightarrow & 10x - 1 = 0 \text{ অথবা, } 10x - 1 = 0 \\
 \Rightarrow & x = \frac{1}{10} \text{ অথবা, } x = \frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মূলদ্বয় : } \frac{1}{10} \text{ আৰু } \frac{1}{10}$$

প্ৰশ্ন 2. উদাহৰণ 1 ত দিয়া সমস্যা সমাধান কৰা ।

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল, জনৰ তাত থকা মাৰ্বেলৰ সংখ্যা = x

আৰু জিয়ল্হীৰ তাত থকা মাৰ্বেলৰ সংখ্যা হব : $45 - x$.

5 টা মাৰ্বেল হেৰুওৱাৰ পাছত, জনৰ তাত থাকে $(x - 5)$ টা মাৰ্বেল

আৰু জিয়ল্হীৰ তাত থাকে $45 - x = (40 - x)$ টা মাৰ্বেল ।

$$\begin{aligned}
 \text{সিহঁতৰ গুণফল} &= (x - 5)(40 - x) \\
 &= 40x - x^2 - 200 + 5x \\
 &= x^2 + 45x - 200
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{প্ৰশ্নমতে, } x^2 + 45x - 200 = 124$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow & -x^2 + 45x - 324 = 0 \\
 \Rightarrow & x^2 - 45x + 324 = 0 \\
 \Rightarrow & x(x - 36) - 9(x - 36) = 0 \\
 \Rightarrow & (x - 36)(x - 9) = 0 \\
 \Rightarrow & x - 36 = 0 \text{ অথবা, } x - 9 = 0 \\
 \Rightarrow & x = 36 \text{ অথবা, } x = 9
 \end{aligned}$$

\therefore তেওঁলোকৰ তাত আৰম্ভণিতে মাৰ্বেল আছিল 36 আৰু 9 টা অথবা 6 আৰু 36 টা ।

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল, দিনটোত উৎপাদন কৰা পুতলাৰ সংখ্যা = x

অৰ্থাৎ প্ৰতিটো পুতলাৰ উৎপাদনৰ খৰছ = $55 - x$

গতিকে, সেইদিনাত উৎপাদন কৰা পুতলাৰ মুঠ উৎপাদনৰ খৰছ = $x(55 - x)$

প্ৰশ্নমতে, $x(55 - x) = 750$

$$\Rightarrow 55x - x^2 = 750$$

$$\Rightarrow -x^2 + 55x - 750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 55x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 30x - 25x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 30) - 25(x - 30) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 30)(x - 25) = 0$$

$$\Rightarrow x - 30 = 0 \text{ অথবা, } x - 25 = 0$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ অথবা, } x = 25$$

$$\therefore x = 20, 25$$

গতিকে, সিদিনা উৎপাদিত পুতলাৰ সংখ্যা 30 আৰু 25 অথবা 25 আৰু 30

প্ৰশ্ন 3. দুটা সংখ্যা উলিওৱা যাৰ সমষ্টি 27 আৰু গুণফল 182 ।

সমাধান :

ধৰা হ'ল প্ৰথম সংখ্যা = x

দ্বিতীয় সংখ্যা = $24 - x$

আৰু সিহঁতৰ গুণফল = $x(27 - x)$

$$= 27x - x^2$$

$$\therefore \text{চৰ্তমতে, } 27 - x^2 = 182$$

$$\Rightarrow -x^2 + 27x - 182 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 13)(x - 14) = 0$$

$$\Rightarrow x - 13 = 0 \text{ অথবা, } x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow x = 13 \text{ অথবা, } x = 14$$

∴ নিৰ্ণেয় সংখ্যা দুই 13 আৰু 14 অথবা 14 আৰু 13 .

প্ৰশ্ন 4. ক্ৰমিক যোগাত্মক সংখ্যা উলিওৱা যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 363 ।

সমাধান : ধৰা হ'ল, প্ৰথম যোগাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা = x

আৰু দ্বিতীয় যোগাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা = $x + 1$

$$\therefore \text{চৰ্তমতে, } x^2 + (x + 1)^2 = 365$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x = 365$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 14) - 13(x + 14) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 14)(x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow x + 14 = 0 \text{ অথবা, } x - 13 = 0$$

$$\Rightarrow x = -14 \text{ অথবা, } x = 13$$

ইয়াত, বৰ্জিত পূৰ্ণসংখ্যা দুটা : 13 আৰু $13 + 1 = 14$.

∴ নিৰ্ণেয় ক্ৰমিক যোগাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা দুটা হ'ল : 13 আৰু $13 + 1 = 14$

প্ৰশ্ন 5. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ উচ্চতা ইয়াৰ ভূমিতকৈ 7 ছে.মি. কম । যদি অতিভুজটো 13 ছে.মি. আইন বাহু দুটা উলিওৱা ।

সমাধান : ধৰা হ'ল, সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ভূমি = x ছে.মি. ।

উচ্চতা আৰু উন্নতি = $(x - 7)$ ছে.মি. ।

আৰু অতিভুজ = 13 ছে.মি. (দিয়া আছে)

পীথাগোৰাছ উপপাদ্য মতে -

$$(\text{ভূমি})^2 + (\text{উচ্চতা})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$$

$$\Rightarrow (x)^2 + (x - 7)^2 = (13)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 49 - 14x = 169$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x - 12 = 0 \text{ অথবা, } x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ অথবা, } x = -5$$

\therefore ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে, সেয়েহে $x = -5$ বৰ্জিত।

$$\therefore x = 12$$

গতিকে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ভূমি = 12 ছে.মি.

আৰু সমকোণী ত্ৰিভুজৰ উচ্চতা = (12 - 7) ছে.মি.

$$= 5 \text{ ছে.মি.}$$

প্ৰশ্ন 6. এটা কুটীৰ শিল্পই দৈনিক এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক মাটিৰ বাচন তৈয়াৰ কৰে। এদিন দেখা গ'ল যে প্ৰতিটো বস্ত্ৰৰ উৎপাদনৰ খৰছ (টকাত) সিদিনাৰ উৎপাদিত বস্ত্ৰৰ সংখ্যাৰ দুগুণতকৈ 3 বেছি। যদি সিদিনা উৎপাদনৰ মুঠ ব্যয় 90 টকা, উৎপাদিত বস্ত্ৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিটো বস্ত্ৰৰ ব্যয় কিমান হ'ব উলিওৱা।

সমাধান : ধৰা হ'ল দৈনিক এটা কুটীৰ শিল্প উদ্যোগত তৈয়াৰ হোৱা মাটিৰ বাচনৰ সংখ্যা = x

$$\text{প্ৰতিটো বস্ত্ৰৰ মূল্য} = (2x + 3) \text{ টকা}$$

$$\text{মুঠ উৎপাদন মূল্য} = \{x(2x + 3)\} \text{ টকা}$$

$$= (2x^2 + 3x) \text{ টকা}$$

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } 2x^2 + 3x = 90$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x + 15x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x - 6) + 15(x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 6)(2x + 15) = 0$$

$$\Rightarrow x - 6 = 0 \text{ অথবা, } 2x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ অথবা, } x = -\frac{15}{2}$$

ইয়াত, ধৰা নহয়, কাৰণ বস্তুর সংখ্যা ঋণাত্মক নহয় ।

$$\therefore x = 6$$

অৰ্থাৎ, সিদিনা উৎপাদিত বস্তুর সংখ্যা = 6 আৰু উৎপাদিত বস্তুর উৎপাদক মূল্য = $(2 \times 6 + 3)$ টকা = 15 টকা ।

অনুশীলনী - 4.3

প্ৰশ্ন 1. বৰ্গ সম্পূৰ্ণ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূল (যদি বৰ্তে) উলিওৱা ।

$$(i) 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(ii) 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$(iii) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$(iv) 2x^2 + x + 4 = 0$$

সমাধান :

$$(i) \quad 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x = -3$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{4}x = -\frac{3}{2} \quad [\text{উভয় পক্ষক 2 দ্বাৰা হৰণ কৰি}]$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{4} + (\frac{7}{4})^2) = (\frac{7}{4})^2 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{7}{4})^2 = \frac{49}{16} - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{7}{4})^2 = \frac{49-24}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = \pm \sqrt{\frac{25}{16}} = \pm \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4} \pm \frac{5}{4}$$

$$\therefore x = \frac{7}{4} + \frac{5}{4}$$

$$= \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$x = \frac{7}{4} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

\therefore নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : 3 আৰু $\frac{1}{2}$

সমাধান :

$$(ii) 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} = 2 \text{ [দ্বাৰা হৰণ কৰি]}$$

$$\Rightarrow (x^2) - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 +$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + 2 = \frac{1+32}{16} = \frac{33}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{33}{16}} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{33}}{4}, \quad x = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{33}}{4} \quad = \frac{-1-\sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : } -\frac{-1+\sqrt{33}}{4} \text{ আৰু } \frac{-1-\sqrt{33}}{4}$$

সমাধান :

$$(iii) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4\sqrt{3}x = -3$$

$$\Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x = -\frac{3}{4} \text{ [4 দ্বাৰা হৰণ কৰি]}$$

$$\Rightarrow (x^2) - 2 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \text{ অথবা, } \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ অথবা, } x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : } -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ আৰু } -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

সমাধান :

$$(iv) 2x^2 + x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x = -4$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} = -2 \text{ [4 দ্বাৰা হৰণ কৰি]}$$

$$\Rightarrow (x^2) - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} - 2 = \frac{1-32}{16} = \frac{-31}{16} < 0$$

∴ যিকোনো সংখ্যাৰ বৰ্গ ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে ।

∴ যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা -ৰ বাবে $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$ ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে ।

গতিকে, প্ৰদত্ত দ্বি-ঘাত সমীকৰণৰ কোনো বাস্তৱ সমাধান নাই ।

প্ৰশ্ন 2. দ্বিঘাত সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি ওপৰৰ প্ৰশ্ন -1ত দিয়া দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূল নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

$$(i) 2x^2 - 7x + 3$$

প্ৰশ্নত দিয়া সমীকৰণক $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)-ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ -

$$\therefore a = 2, b = -7, c = 3$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$\therefore x = \frac{7+5}{4}, \quad x = \frac{7-5}{4}$$

$$= \frac{12}{4} = 3 \quad = \frac{\cancel{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ নিৰ্ণয় মূলদ্বয় : 3 আৰু $\frac{1}{2}$

সমাধান :

$$(ii) 2x^2 + x - 4 = 0$$

ইয়াত, $a = 2, b = 1, c = -4$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+32}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

\therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$ আৰু $\frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$

সমাধান :

$$(iii) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

ইয়াত, $a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4 \times 4 \times 3}}{2 \times 4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{48 - 48}}{8} = \frac{-4\sqrt{3} \pm 0}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

\therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ আৰু $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

সমাধান :

$$(iv) 2x^2 + x + 4 = 0$$

ইয়াত, $a = 2, b = 1, c = 4$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-31}}{4}$$

$$\therefore b^2 - 4ac = -31 < 0$$

\therefore প্রদত্ত সমীকৰণৰ কোনো বাস্তৱ সমাধা নাই। দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধানৰ বাবে ব্যৱহৃত পূৰ্ণবর্গীকৰণ পদ্ধতি আৰু দ্বি-ঘাত সূত্র প্ৰয়োগ কৰি সমাধান আমি বেছিকৈ পচন্দ কৰোঁ।

প্ৰশ্ন 3. তলৰ সমীকৰণবোৰৰ মূল উলিওৱা :

$$(i) x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$$

$$(ii) \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

সমাধান : (i) $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 3x$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = -3, c = -1$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \quad x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

\therefore নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ আৰু $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

সমাধান : (ii) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

$$\Rightarrow \frac{(x-7) - (x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{x-7-x-4}{x^2-7x+4x-28} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{-11}{x^2-3x-28} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow 11(x^2 + 3x - 28) = -11 \times 30$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 = -30$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 + 30 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = -3, c = -2$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3+1}{2}, \quad x = \frac{3-1}{2}$$

$$= \frac{4}{2} = 2 \quad = \frac{2}{2} = 1$$

নির্ণেয় মূলদ্বয় : 2 আৰু 1

প্ৰশ্ন 4. আজিৰ পৰা 3 বছৰ আগৰ আৰু 5 বছৰ পিছৰ বমেনৰ বয়সৰ প্ৰতিক্ৰমবোৰৰ যোগফল $\frac{1}{3}$ । তেওঁৰ বৰ্তমান বয়স উলিওৱা।

সমাধান : ধৰা হ'ল, বমেনৰ বৰ্তমান বয়স = x বছৰ।

\therefore 3 বছৰ আগত, বমেনৰ বয়স আছিল $(x - 3)$ বছৰ

আৰু 5 বছৰ পিছত $(x + 5)$ বছৰ হ'ব।

প্ৰশ্নমতে, -

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x+5+x-3}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+5x-3x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = x^2 + 2x - 15$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 15 - 6x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = -4, c = -21$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-21)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+84}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 10}{2}$$

$$\therefore x = \frac{4+10}{2}, \frac{4-10}{2} = 7, -3$$

$\therefore x = -3$ বর্জিত হ'ব। কাৰণ বয়স ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

$$\therefore x = 7$$

বমেনৰ বৰ্তমান বয়স = 7 বছৰ।

প্ৰশ্ন 5. এটা শ্ৰেণী পৰীক্ষাত শেৰালীৰ গণিতৰ নম্বৰ আৰু ইংৰাজীৰ নম্বৰ দুটাৰ যোগফল 30। তাই যদি গণিতত আৰু 2 নম্বৰ বেছি আৰু ইংৰাজীত 3 নম্বৰ কম পালেহেঁতেন, এই নম্বৰ দুটাৰ পৰিণত ফল 210 হ'লেহেঁতেন। তাইৰ বিষয় দুটাত পোৱা নম্বৰবোৰ উলিওৱা।

সমাধান : ধৰা হ'ল, শেৰালী গণিতত নম্বৰ পায় x

$$\therefore \text{শেৰালী ইংৰাজীত পায় } (30 - x)$$

প্ৰথম চৰ্তমতে -

$$\text{শেৰালী গণিতত নম্বৰ পায় } (x + 2)$$

$$\text{আৰু ইংৰাজীত পায় } 30 - x - 3 = 27 - x$$

$$\therefore \text{নম্বৰ দুটাৰ গুণফল} = (x + 2)(27 - x)$$

$$= 2x - x^2 + 54 - 2x$$

$$= 25x - x^2 + 54$$

$$= -x^2 + 25x + 54$$

দ্বিতীয় চৰ্তমতে, -

$$-x^2 + 25x + 54 = 210$$

$$\Rightarrow -x^2 + 25x + 54 - 210 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 25x - 156 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$$

$$\text{ইয়াত, } a = 1, b = -25, c = 156$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-25) \pm \sqrt{(-25)^2 - 4 \times 1 \times 156}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{16+84}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{625-624}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{1} = \frac{25 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{25+1}{2}, x = \frac{25-1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 13, \quad x = 12$$

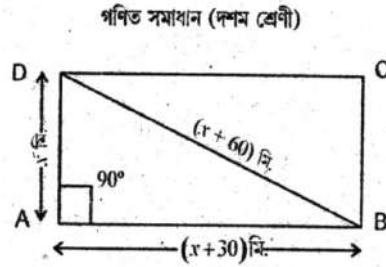
প্রথম ক্ষেত্রত : হ'লে শেৰালি গণিত বিষয়ত পায় 12 , আৰু ইংৰাজীত পায় $(30 - 13) = 17$ নম্বৰ ।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রত : হ'লে শেৰালি গণিত বিষয়ত পায় 12 , আৰু ইংৰাজীত পায় $(30 - 12) = 18$ নম্বৰ ।

প্রশ্ন 6. এখন আয়তাকাৰ পথাৰৰ কৰ্ণৰ দীঘল ইয়াৰ চুটি বাহুটোতকৈ 60 মিটাৰ বেছি । যদি দীঘল বাহুটো চুটি বাহুটোতকৈ 30 মিটাৰ বেছি, পথাৰখনৰ বাহু দুটাৰ দীঘল উলিওৱা ।

সমাধান :

ধৰা হ'ল, আয়তাকাৰ পথাৰৰ চুটি বাহু অৰ্থাৎ প্ৰস্থ $AD = x$ মি., দীঘল বাহু অৰ্থাৎ দৈৰ্ঘ্য $AB = (x + 30)$ মি. আৰু কৰ্ণ বা অতিভুজ $DB = (x + 60)$ মি. ।



এতিয়া, DAB সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ -

$$(DB)^2 = (AD)^2 + (AB)^2$$

$$\Rightarrow (x + 60)^2 = (x)^2 + (x + 30)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$$

$$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 - 2x^2 - 60x - 900 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 60x + 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -60, c = 2700$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-60) \pm \sqrt{(-60)^2 - 4 \times 1 \times (2700)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 10800}}{2}$$

$$\Rightarrow x \frac{60 \pm \sqrt{14400}}{2} \Rightarrow x = \frac{60 \pm 120}{2}$$

$$\therefore x = \frac{60 + 120}{2} \text{ আৰু } x = \frac{60 - 120}{2}$$

$$= 90 \text{ আৰু } x = 0$$

ইয়াত, $x = -30$ বৰ্জিত। কাৰণ বাহুৰ জোখ ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

$$\therefore x = 90$$

$$\therefore \text{প্ৰস্থ} = 90 \text{ মিটাৰ আৰু দৈৰ্ঘ্য} = (90 + 30) \text{ মি.} = 120 \text{ মি.}$$

প্ৰশ্ন 7. দুটা সংখ্যাৰ বৰ্গৰ পাৰ্থক্য 180। সৰু সংখ্যাটোৰ বৰ্গ ডাঙৰ সংখ্যাটোৰ 8 গুণ। সংখ্যা দুটা উলিওৱা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল, ডাঙৰ সংখ্যাটো = x আৰু সৰু সংখ্যাটো = y

প্ৰথম চৰ্তমতে—

$$x^2 - y^2 = 180 \dots \dots \dots (1)$$

আৰু দ্বিতীয় চৰ্তমতে—

$$y^2 = 8x \dots \dots \dots (2)$$

এতিয়া (1) আৰু (2)-ৰ পৰা পোৱা যায়—

$$x^2 - 8x = 180$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = -8, c = -180$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times (-180)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 720}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{784}}{2} \quad \Rightarrow x = \frac{8 \pm 28}{2}$$

$$\therefore x = \frac{8 + 28}{2}, \quad x = \frac{8 - 28}{2}$$

$$= \frac{36}{2} = 18 \quad = \frac{-20}{2} = -10$$

$x = -10$ হ'লে, (2) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ, $y^2 = 8(10) = -80$, ই অসম্ভৱ। গতিকে $x = -10$ বৰ্জিত।

আকৌ, $x = 18$ হ'লে, (2) সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ -

$$y^2 = 8(18) = 144$$

$$\Rightarrow y = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

নিৰ্ণয় মূলদ্বয় : 12 আৰু -12।

প্ৰশ্ন 8. এখন ট্ৰেইন সমান দ্ৰুতিত 360 কি.মি. ভ্ৰমণ কৰা। যদি ইয়াৰ দ্ৰুতি ঘণ্টাত 5 কি.মি. বেছি হ'লহেঁতেন, ই একেটা ভ্ৰমণৰ সময় 1 ঘণ্টা কম ল'লেহেঁতেন। ট্ৰেইনখনৰ দ্ৰুতি উলিওৱা।

সমাধান : ধৰা হ'ল, ট্ৰেইনটোৰ দ্ৰুতি বা সুষম গতি = x কি.মি./ঘণ্টা আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব = 360 কি.মি.। এই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ সময় লাগে = $\frac{360}{x}$ ঘণ্টা

ট্ৰেইনখনৰ দ্ৰুতি 5 কি.মি./ঘণ্টা বৃদ্ধি হ'লে, বৃদ্ধিপ্ৰাপ্ত দ্ৰুতি হ'ব $(x + 5)$ কি.মি./ঘণ্টা।

$$\text{বৰ্ধিত দ্ৰুতিত ট্ৰেইনৰ সময়} = \frac{360}{x+5} \text{ ঘণ্টা।}$$

$$\therefore \text{প্ৰশ্নমতে, } \frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{360x + 1800 - 360x}{x^2 + 5x}$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x = 1800$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = 5, c = -1800$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 1 \times (-1800)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 7200}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2} \quad \Rightarrow x = \frac{-5 \pm 85}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-5 + 85}{2}, \quad x = \frac{-5 - 85}{2}$$

$$= \frac{80}{2} = 40 \quad = \frac{-90}{2} = -45$$

\therefore গতি বা দ্ৰুতি ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

$\therefore x = -45$ বৰ্জিত।

$$\therefore x = 40 \text{ গ্ৰহণযোগ্য}$$

$$\therefore \text{ট্ৰেইনৰ দ্ৰুতি বা গতি} = 40 \text{ কি.মি./ঘন্টা} \text{।}$$

প্ৰশ্ন 9. দুটা পানীৰ নলীয়ে এটা চৌবাচ্চা $9\frac{3}{8}$ ঘন্টাত পূৰ কৰে। চৌবাচ্চাটো বেলেগ বেলেগ পূৰ কৰিবলৈ হ'লে ডাঙৰ ব্যাসৰ নলীটোৱে সৰু ব্যাসৰ নলীটোতকৈ 10 ঘন্টা সময় কম লয়। প্ৰত্যেকটো নলীয়ে বেলেগ বেলেগ কিমান সময়ত চৌবাচ্চাটো পূৰ কৰিব পাৰিব উলিওৱা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল, ডাঙৰ ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাত পানী পূৰ কৰিবলৈ সময় লাগে x ঘন্টা। সৰু ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা পানীপূৰ কৰিবলৈ সময় লাগে $(x + 10)$ ঘন্টা।

1 ঘন্টা ডাঙৰ ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাৰ $\frac{1}{x}$ অংশ আৰু সৰু ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাৰ $\frac{1}{x+10}$ অংশ পানীপূৰ হয়।

$$\therefore \text{ডাঙৰ আৰু সৰু ব্যাসৰ নলী পূৰ্ণ হয় চৌবাচ্চাৰ } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} \text{ অংশ} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{কিন্তু দুটা নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাটো পূৰ্ণ হ'বলৈ সময় লাগে} = 9\frac{3}{8} \text{ ঘন্টা} = \frac{75}{8} \text{ ঘন্টা}$$

$$\text{এতিয়া, এক ঘন্টাত দুটা নলী একেলগে চৌবাচ্চাটো পূৰ কৰে} = \frac{8}{75} \text{ অংশ} \dots \dots \dots (2)$$

\therefore (1) আৰু (2) -ৰ পৰা –

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{x+10+x}{x(x+10)} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+10}{x^2+10x} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow 75(2x + 10) = 8(x^2 + 10x)$$

$$\Rightarrow 150x + 750 = 8x^2 + 80x$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 80x - 150x - 750 = 0$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 70x - 750 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 35x - 375 = 0$$

ইয়াত, $a = 4, b = -35, c = -375$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-35) \pm \sqrt{(-35)^2 - 4 \times 4 \times (-375)}}{2 \times 4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{35 \pm \sqrt{1225 + 6000}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{35 \pm \sqrt{7225}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{35+85}{8}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{35+85}{8}, & x &= \frac{35-85}{8} \\ &= \frac{120}{8} = 15 & &= \frac{-50}{8} = -\frac{25}{4} \end{aligned}$$

\therefore সময় ধণাত্মক হ'ব নোৱাৰে ।

$$\therefore x = 15$$

\therefore ডাঙৰ ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাটো পূৰ হ'বলৈ সময় লাগে 15 ঘণ্টা

আৰু সৰু ব্যাসৰ নলী দ্বাৰা চৌবাচ্চাটো পূৰ হ'বলৈ সময় লাগে $(15 + 10)$ ঘণ্টা = 25 ঘণ্টা ।

প্ৰশ্ন 10. মহীশূৰ আৰু বাংগালোৰৰ মাজত 132, কি.মি. পথ ভ্ৰমণ কৰিবলৈ এখন এক্সপ্ৰেছ ট্ৰেইনে এখন যাত্ৰীবাহী ট্ৰেইনতকৈ 1 ঘণ্টা সময় কম লয় (মাজৰ ষ্টেছনবোৰত সিহঁতে বোৰা সময়খিনি নখৰাকৈ) । যদি এক্সপ্ৰেছ গাড়ীখনৰ গড় দ্ৰুতি যাত্ৰীবাহী ট্ৰেইনখনতকৈ ঘণ্টাত 11 কি.মি. বেছি, ট্ৰেইন দিখনৰ গড় দ্ৰুতি উলিওৱা ।

সমাধান : ধৰা হ'ল,

যাত্ৰীবাহী ট্ৰেইনখনৰ গড় দ্ৰুতি $x =$ কি.মি./ঘণ্টা ।

আৰু এক্সপ্ৰেছ বা দ্ৰুতগামী ট্ৰেইনৰ গড় দ্ৰুতি $= (x + 11)$ কি.মি./ঘণ্টা ।

মহীশূৰ আৰু বাংগালোৰৰ মাজৰ দূৰত্ব $= 132$ কি.মি

$$\therefore \text{যাত্ৰীবাহী ট্ৰেইনৰ সময় লয়} = \frac{132}{x} \text{ ঘণ্টা}$$

আৰু এক্সপ্ৰেছ বা দ্ৰুতগামী ট্ৰেইনৰ সময় লয় $= \frac{132}{x+11}$ ঘণ্টা

\therefore প্ৰশ্ননুযায়ী,

$$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{132(x+11) - 132x}{x(x+11)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{132x + 1452 - 132x}{x^2 + 11x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 11x = 1452$$

$$\Rightarrow x^2 + 11x - 1452 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = 11, c = -1452$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{(11)^2 - 4 \times 1 \times (-1452)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 5808}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{5929}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 \pm 77}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-11 \pm 77}{2}, \quad x = \frac{-11 - 77}{2}$$

$$= \frac{66}{2} = 33 \quad = \frac{-88}{2} = -44$$

\therefore যিকোনো ট্ৰেইনৰ গতি ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

$\therefore x = -44$ ধৰা নহয়।

$\therefore x = 33$

\therefore যাত্ৰীবহী ট্ৰেইনখনৰ গতি = **33 কি.মি./ঘন্টা**।

আৰু অল্পপ্ৰেছ বা দ্ৰুতগামী ট্ৰেইনখনৰ গতি = **(33 + 11) কি.মি./ঘন্টা**।
= **44 কি.মি./ঘন্টা**।

প্ৰশ্ন 11. দুটা বৰ্গৰ তকালিৰ যোগফল 468 বৰ্গমিটাৰ। যদি সিহঁতৰ পৰিসীমাৰ পাৰ্থক্য 24 মিটাৰ, বৰ্গ দুটাৰ বাহুৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

সমাধান : ডাঙৰ বৰ্গটোৰ ক্ষেত্ৰত :

ধৰা হ'ল বৰ্গটোৰ এটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য x মি.

$$\therefore \text{বৰ্গটোৰ কালি} = x^2 \text{ মি.}^2$$

$$\text{আৰু বৰ্গটোৰ পৰিসীমা} = 4x \text{ মি.}$$

সৰু বৰ্গটোৰ ক্ষেত্ৰত :

ধৰা হ'ল বৰ্গটোৰ এটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য y মি.

$$\therefore \text{বৰ্গটোৰ কালি} = 4y \text{ মি.}$$

$$\text{আৰু বৰ্গটোৰ পৰিসীমা} = y^2 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{প্ৰথম চৰ্তমতে} - x^2 + y^2 = 468 \dots \dots \dots (1)$$

আৰু দ্বিতীয় চৰ্তমতে, -

$$4x - 4y = 24$$

$$\Rightarrow x - y = 6$$

$$\Rightarrow x = 6 + y \dots \dots \dots (2)$$

এতিয়া (1) আৰু (2) -ৰ পৰা পাওঁ -

$$(6 + y)^2 + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow 36 + y^2 + 12y + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y + 36 - 468 = 0$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y - 432 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y - 216 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = 6, c = -216$

$$\therefore y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \times 1 \times (-216)}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 864}}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6 \pm 30}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-6 \pm 30}{2}, \quad x = \frac{-6 - 30}{2}$$

$$= 12 \quad = -18$$

\therefore বৰ্গ এটাৰ বাহৰ দৈৰ্ঘ্য ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে। অৰ্থাৎ $y = -18$ গ্ৰহণযোগ্য নহয়।

$$\therefore y = 12$$

এতিয়া, (2) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ -

$$x = 6 + 12 = 18$$

\therefore ডাঙৰ বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য = 18 মি. আৰু
সৰু বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য = 12 মি. } (উত্তৰ)

অনুশীলনী -4.4

প্ৰশ্ন 1. তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূলবোৰৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। যদি বাস্তৱ মূল থাকে, তেন্তে সেইবোৰ উলিওৱা।

$$(i) 2x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$(ii) 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$$

$$(iii) 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

সমাধান :

$$(i) 2x^2 - 3x + 5 = 0 \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\text{প্ৰদত্ত সমীকৰণটো, } ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

সমীকৰণটোৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ -

$$\text{ইয়াত, } a = 2, b = -3, c = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 \\ &= 9 - 40 = -31 < 0 \end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ মূল নাথাকে।

সমাধান : (ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ [দিয়া আছে]

$$\text{ইয়াত, } a = 3, b = 4\sqrt{3}, c = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= b^2 - 4ac = (-4\sqrt{3})^2 - 4 \times 3 \times 4 \\ &= 48 - 48 = 0 \end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা সমান।

$$\text{এতিয়া, } x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4\sqrt{3}) \pm \sqrt{0}}{2 \times 3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

\therefore নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{2}{\sqrt{3}}$ আৰু $\frac{2}{\sqrt{3}}$

সমাধান : (iii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$ [দিয়া আছে]

$$\text{ইয়াত, } a = 2, b = -6, c = 3$$

$$\therefore D = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 36 - 24 = 12 > 0$$

\therefore মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান হ'ব।

$$\text{এতিয়া, } x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{12}}{2 \times 2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{6+2\sqrt{3}}{4}, \quad x = \frac{6-2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{3+\sqrt{3}}{2}, \quad = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

\therefore নিৰ্ণেয় মূলদ্বয় : $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ আৰু $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

প্ৰশ্ন 2. তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ প্ৰতিটোৰে ক্ষেত্ৰত k ৰ মান উলিওৱা, যাতে সিহঁতৰ দুটাকৈ বাস্তৱ মূল থাকে।

$$(i) 2x^2 + kx + 3 = 0$$

$$(ii) kx(x - 2) + 6 = 0$$

সমাধান :

$$(i) 2x^2 + kx + 3 = 0 \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\text{ইয়াত, } a = 2, b = k, c = 3$$

$$\therefore \text{মূলদ্বয় সমান।}$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 0 \text{ হ'ব।}$$

$$\therefore (k)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 24 = 0$$

$$\therefore k = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

সমাধান :

$$(ii) kx(x - 2) + 6 = 0 \text{ [দিয়া আছে]}$$

$$\Rightarrow kx^2 - 2kx + 6 = 0$$

$$\text{ইয়াত, } a = k, b = -2k, c = 6$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (-2k)^2 - 4 \times k \times 6 = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 24k = 0$$

$$\Rightarrow 4k(k - 6) = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ অথবা, } k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ অথবা, } k = 6$$

$$\therefore k = 0, 6.$$

প্ৰশ্ন 3. প্ৰস্থতকৈ দীঘল দুগুণ হোৱাকৈ এখন আমৰ বাগিছাৰ চানেকি প্ৰস্তুত কৰাটো সম্ভৱ হ'বনে যাতে ইয়াৰ কালি 800 বৰ্গমিটাৰ হয় যদি

সম্ভৱ, ইয়াৰ দীঘল আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল আয়তাকাৰ আমৰ বাগিছাৰ প্ৰস্থ} = x \text{ মি.}$$

$$\text{আৰু আয়তাকাৰ আমৰ বাগিছাৰ দৈৰ্ঘ্য} = 2x \text{ মি.}$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \text{কালি} = \text{দৈৰ্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\
&= (x \times 2x) \text{ মি.}^2 \\
&= 2x^2 \text{ মি.}^2 \\
&\therefore \text{প্রশ্নমতে, } 2x^2 = 800 \\
&\Rightarrow x^2 = 400 \\
&\Rightarrow x = \pm\sqrt{400} = \pm 20
\end{aligned}$$

\therefore বছৰ জোখ ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে ।

$$\therefore x = -20 \text{ বৰ্জিত}$$

$$\therefore x = 20$$

$$\therefore \text{প্রস্থ } 20 \text{ মি. আৰু দীঘ } = (2 \times 20) \text{ মি.} = 40 \text{ মি.}$$

প্রশ্ন 4. তলৰ পৰিস্থিতিটো সম্ভৱ হয়নে ? যদি হয়, তেওঁলোকৰ বৰ্তমান ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা । দুজন বন্ধুৰ বয়সৰ সমষ্টি 20 বছৰ । চাৰি বছৰ আগতে তেওঁলোকৰ বয়সৰ পূৰণফল (বছৰত) আছিল 48 ।

সমাধান :

ধৰা হ'ল প্ৰথম বন্ধুৰ বয়স = x বছৰ ।

আৰু দ্বিতীয় বন্ধুৰ বয়স = $(20 - x)$ বছৰ ।

4 বছৰ আগতে,

প্ৰথম বন্ধুৰ বয়স আছিল = $x - 4$ বছৰ ।

আৰু দ্বিতীয় বন্ধুৰ বয়স আছিল = $(20 - x - 4)$ বছৰ ।

$$= (16 - x) \text{ বছৰ ।}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{তেওঁলোকৰ বয়সৰ পূৰণফল} &= (x - 4)(16 - x) \\
&= 16x - x^2 - 64 + 4x \\
&= -x^2 + 20x - 64
\end{aligned}$$

$$\text{প্ৰশ্ননুযায়ী, } -x^2 + 20x - 64 = 48$$

$$\Rightarrow -x^2 + 20x - 64 - 48 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 20x - 112 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 112 = 0$$

এই সমীকৰণক $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ সমীকৰণৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ -

$$\therefore a = 1, b = -20, c = 112$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \times 1 \times 112 \\ &= 400 - 448 = -48 > 0 \end{aligned}$$

\therefore প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ কোনো বাস্তৱ সমাধান নাই। গতিকে প্ৰদত্ত সমস্যাটো সমাধান কৰা সম্ভৱ নহয়।

প্ৰশ্ন 5. পৰিসীমা 80 মিটাৰ আৰু কালি 400 বৰ্গ মিটাৰ হোৱাকৈ এখন আয়তাকাৰ উদ্যানৰ চানেকি কৰাটো সম্ভৱনে? যদি হয়, ইয়াৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।

সমাধান : ধৰা হ'ল, আয়তাকাৰ উদ্যানৰ দীৰ্ঘ = x মি.

আৰু আয়তাকাৰ উদ্যানৰ প্ৰস্থ = y মি.

$$\therefore \text{পৰিসীমা} = 2(x + y) \text{ মিটাৰ}$$

আৰু ইয়াৰ কালি = xy বৰ্গ. মি.

$$\therefore \text{প্ৰথম চৰ্তমতে, } 2(x + y) = 80$$

$$\Rightarrow x + y = 40$$

$$\Rightarrow y = 40 - x \dots \dots \dots (1)$$

আৰু দ্বিতীয় চৰ্তমতে, $xy = 400$

$$\Rightarrow x(40 - x) = 400 \text{ [(1) নং ব্যৱহাৰ কৰি]}$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$$

ইয়াত, $a = 1, b = -40, c = 400$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \times 1 \times 400}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 1600}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{40 \pm 0}{2}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

\therefore এতিয়া, $x = 20$, (1) নং সমীকৰণত স্থাপন কৰি পাওঁ –

$$y = 40 - 20 = 20$$

\therefore দীঘ বা দৈৰ্ঘ = প্রস্থ = 20 মিটাৰ

গতিকে আয়তাকাৰ উদ্যানটো বৰ্গাকাৰ হ'ব।

প্ৰশ্ন 6. যদি $x^2 + px + q = 0$ সমীকৰণ এটা মূল দুটা α আৰু β হয় তেনেহ'লে তলত দিয়া বাশিবিলাকৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$(i) \alpha^2 + \beta^2$$

$$(ii) \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$(iii) (\alpha - \beta)^2$$

$$(iv) \alpha^3 + \beta^3$$

$$(v) (1 - \alpha^2)(1 - \beta^2)$$

$$(vi) \alpha^3\beta + \alpha\beta^3$$

সমাধান : $x^2 + px + q = 0$

$\therefore \alpha, \beta$ প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ মূল

$$\therefore \alpha + \beta = -p,$$

$$\alpha \cdot \beta = q$$

$$(i) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-p)^2 - 2q = p^2 - 2q$$

$$(ii) \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{p^2 - 2q}{q}$$

$$(iii) (\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$= p^2 - 2q - 2q = p^2 - 4q$$

$$(iv) \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= (-p)^3 - 3 \cdot q(-p) = -p^3 + 3pq$$

$$(v) (1 - \alpha^2)(1 - \beta^2)$$

$$= 1 - \alpha^2 - \beta^2 + \alpha^2\beta^2$$

$$= 1 - (\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha\beta)^2$$

$$= 1 - (p^2 - 2q) + q^2$$

$$= 1 + 2q + q^2 - p^2$$

$$= (q + 1)^2 - p^2$$

$$\begin{aligned}
 (vi) \alpha^3 \beta + \alpha \beta^3 \\
 &= \alpha \beta (\alpha^2 + \beta^2) \\
 &= q(p^2 - 2q) = p^2 q - 2q^2
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন 7. দ্বিঘাত সমীকরণৰ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ মূল হৈছে -

(a) $-3, 5$

সমাধান : $\alpha = -3, \beta = 5$

\therefore সমীকৰণটো হ'ল, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 3 + 5x + (-3) \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

(b) $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$

সমাধান : $\alpha = -3, \beta = 5$

\therefore সমীকৰণটো হ'ল, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right)x + \frac{3}{2} \left(-\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 9 = 0$$

(c) $4, \frac{1}{4}$

সমাধান : $\alpha = 4, \beta = \frac{1}{4}$

\therefore সমীকৰণটো হ'ল, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - \left(4 + \frac{1}{4}\right)x + 4 \times \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{16+1}{4}\right)x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 17x + 4 = 0$$

(d) $-m, -m$

সমাধান : $\alpha = -m, \beta = m$

\therefore সমীকৰণটো হ'ল, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - (-m - m)x + m(-m) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2mx - m^2 = 0$$

(e) এটা মূল $2 + \sqrt{3}$

সমাধান : এটা মূল $2 + \sqrt{3}$ হলে আনটো মূল $2 - \sqrt{3}$

$$\therefore \alpha = 2 + \sqrt{3}, \beta = 2 - \sqrt{3}$$

\therefore সমীকরণটো হ'ল, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - (2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})x + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

প্রশ্ন 8. সমাধান উলিওৱা (বর্গ সম্পূর্ণ পদ্ধতিৰে):

$$(a) \quad 6y^2 + y - 2 = 0$$

সমাধান : $6y^2 + y - 2 = 0$

$$y^2 + \frac{y}{6} - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2 \cdot y \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1}{12}\right)^2 - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{144} + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{1+48}{144}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\frac{49}{144}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{1}{12}\right)^2 - \left(\left(\frac{7}{12}\right)^2\right) = 0$$

$$\Rightarrow y + \frac{1}{12} = \pm \frac{7}{12}$$

$$\Rightarrow y = \frac{7}{12} - \frac{1}{12} \text{ বা } , y = \frac{-7}{12} - \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow y = \frac{6}{12} \text{ বা } , y = \frac{8}{12}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ বা } , y = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{সমাধান} : \left[y = \frac{1}{2}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$(b) 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\text{সমাধান} : 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{5}{4} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} - 1$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = \pm \frac{3}{4} \text{ (বর্গমূললে)}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \text{ বা, } x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \text{ বা, } x = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{4} \text{ বা, } x = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ বা, } x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{সমাধান} : = \left\{ 2, \frac{1}{2} \right\}$$

$$(c) 9x^2 + 3x = 2$$

$$\text{সমাধান} : 9x^2 + 3x = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{2}{9} + \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{8+1}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{9}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \frac{1}{2} \text{ (বর্গমূল লৈ)}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ বা, } x + \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \text{ বা, } x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3-1}{6} \text{ বা, } x = \frac{-3-1}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{6} \text{ বা, } x = \frac{-4}{6} \quad \Rightarrow \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ বা, } x = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{সমাধানঃ} = \left\{ \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right\}$$

(d) $x^2 - 5x - 7 = 0$

সমাধানঃ $x^2 - 5x - 7 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + 7$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{53}{4}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{2} = \frac{\pm\sqrt{53}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{53}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$$

$$\therefore \text{সমাধানঃ} = \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2} \right\}$$

(e) $x^2 + 7x + 12 = 0$

সমাধানঃ $x^2 + 7x + 12 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} - 12$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49-48}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ (বর্গমূল লৈ)}$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{2} = \frac{1}{2} \text{ বা, } x - \frac{7}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} \text{ বা, } x = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7+1}{2} \text{ বা, } x = \frac{7-1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{2} \text{ বা, } x = \frac{6}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ বা, } x = 3$$

$$\therefore \text{সমাধান : } = \{4, 3\}$$

(f) $5x^2 - 11x + 6 = 0$

সমাধান : $5x^2 - 11x + 6 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{11}{5}x + \frac{6}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{11}{10} + \left(\frac{11}{10}\right)^2 - \left(\frac{11}{10}\right)^2 + \frac{6}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121}{100} - \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49-48}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121-120}{100}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow x - \frac{11}{10} = \pm \frac{1}{10} \text{ (বর্গমূল লৈ)}$$

$$\Rightarrow x - \frac{11}{10} = \frac{1}{10} \text{ বা, } x = \frac{11}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{10} + \frac{1}{10} \text{ বা, } x = \frac{11}{10} - \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{11+1}{10} \text{ বা, } x = \frac{11-1}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{10} \text{ বা, } x = \frac{10}{10}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{5} \text{ বা, } x = 1$$

$$\therefore \text{সমাধান} \text{ঃ} = \left\{ \frac{6}{5}, 1 \right\}$$

$$(g) y^2 - (p + q)y + pq = 0$$

$$\text{সমাধান} \text{ঃ} y^2 - (p + q)y + pq = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2 \cdot y \cdot \left(\frac{p+q}{2}\right) + \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 = \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - pq$$

$$\Rightarrow \left(y - \frac{p+q}{2}\right)^2 = \frac{p^2 + 2pq + q^2}{100} - pq$$

$$\Rightarrow \left(y - \frac{p+q}{2}\right)^2 = \frac{(p-q)^2}{4}$$

$$\Rightarrow y - \frac{p+q}{2} = \pm \frac{p-q}{2} \text{ (বর্গমূল লৈ)}$$

$$\Rightarrow y - \frac{p+q}{2} = \frac{p-q}{2} \text{ বা, } y - \frac{p+q}{2} = -\frac{p-q}{2}$$

$$\Rightarrow y - \frac{p+q}{2} + \frac{p-q}{2} \text{ বা, } y - \frac{p+q}{2} - \frac{p-q}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{p+q+p-q}{2} \text{ বা, } y = \frac{p+q-p+q}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2p}{2} \text{ বা, } y = \frac{2q}{2}$$

$$\Rightarrow y = p \text{ বা, } y = q$$

$$\therefore \text{সমাধান} \text{ঃ} = \left\{ p, q \right\}$$

$$(h) a^2b^2x^2 + 2abx + 1 = 0$$

$$\text{সমাধান} \text{ঃ} a^2b^2x^2 + 2abx + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (abx)^2 + 2abx \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\Rightarrow (abx + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow abx + 1 = 0$$

$$\Rightarrow abx = -1 \Rightarrow = -\frac{1}{ab}$$

$$\therefore \text{সমাধান} \text{ঃ} = \left\{ -\frac{1}{ab}, -\frac{1}{ab} \right\}$$

$$(i) 2ax^2 + (4 - a^2)x - 2a = 0$$

$$\text{সমাধান} \text{ঃ} 2ax^2 + (4 - a^2)x - 2a = 0$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow x^2 + \frac{4-a^2}{2a}x - 1 &= 0 \\
\Rightarrow x^2 + 2x \cdot \left(\frac{4-a^2}{4a}\right) &= 1 + \left(\frac{4-a^2}{4a}\right)^2 \\
\Rightarrow \left(x + \frac{4-a^2}{4a}\right)^2 &= \frac{16a^2 + (4-a^2)^2}{16a^2} \\
\Rightarrow \left(x + \frac{4-a^2}{4a}\right)^2 &= \frac{16a^2 + 8a^2 + (a^2)^2}{16a^2} \\
\Rightarrow \left(x + \frac{4-a^2}{4a}\right)^2 &= \frac{16a^2 + 8a^2 + (a^2)^2}{16a^2} \\
\Rightarrow \left(x + \frac{4-a^2}{4a}\right)^2 &= \frac{(4+a^2)^2}{16a^2} \\
\Rightarrow x + \frac{4-a^2}{4a} &= \pm \left(\frac{4+a^2}{4a}\right) \\
\Rightarrow x + \frac{4-a^2}{4a} = \frac{4+a^2}{4a} \text{ বা, } x + \frac{4-a^2}{4a} &= -\frac{4+a^2}{4a} \\
\Rightarrow x + \frac{4-a^2}{4a} - \frac{4+a^2}{4a} \text{ বা, } x &= -\frac{4-a^2}{4a} - \frac{4+a^2}{4a} \\
\Rightarrow x = \frac{4+a^2-4+a^2}{4a} \text{ বা, } x &= \frac{-4-a^2-4+a^2}{4a} \\
\Rightarrow x = \frac{2a^2}{4a} \text{ বা, } x &= \frac{-8}{4a} \\
\Rightarrow \frac{a}{2} \text{ বা, } x &= \frac{-2}{a}
\end{aligned}$$

$$\therefore \text{সমাধান} = \left\{ \frac{a}{2}, \frac{2}{a} \right\}$$

$$(j) x^2 + 2ax - 3bx = 6ab$$

$$\text{সমাধান} : x^2 + 2ax - 3bx = 6ab$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow x^2 + (2a - 3b)x &= 6ab \\
\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2a-3b}{2} + \left(\frac{2a-3b}{2}\right)^2 &= \left(\frac{2a-3b}{2}\right)^2 + 6ab \\
\Rightarrow \left(x + \frac{2a-3b}{2}\right)^2 &= \frac{4a^2 - 12ab + 9b^2}{4} + 6ab \\
\Rightarrow \left(x + \frac{2a-3b}{2}\right)^2 &= \frac{4a^2 - 12ab + 9b^2 + 24ab}{4} \\
\Rightarrow \left(x + \frac{2a-3b}{2}\right)^2 &= \frac{4a^2 - 12ab + 9b^2}{4}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{2a-3b}{2}\right)^2 = \frac{(2a+3b)^2}{4}$$

$$\Rightarrow x + \frac{2a+3b}{2} = \pm \frac{2a+3b}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{2a-3b}{2} = \frac{2a+3b}{2} \text{ বা, } x + \frac{2a-3b}{2} = -\frac{2a+3b}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{2a+3b}{2} - \frac{2a-3b}{2} \text{ বা, } x = -\frac{2a+3b}{2} - \frac{2a-3b}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{2a+3b-2a+3b}{2} \text{ বা, } x = \frac{-2a-3b-2a+3b}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6b}{2} \text{ বা, } x = \frac{-4a}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3b \text{ বা, } x = -2a$$

$$\therefore \text{ সমাধান} = \{3b, -2a\}$$

প্ৰশ্ন 8. হলিৰাম আৰু পুতেকৰ বৰ্তমান বয়সৰ যোগফল 45 বছৰ। পাঁচ বছৰ আগতে তেওঁলোকৰ বয়সৰ পূৰ্ণফল হলিৰামৰ বয়সৰ চাৰিগুণ আছিল। তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?

সমাধান : ধৰা হ'ল হলিৰামৰ বৰ্তমান বয়স = x বছৰ

$$\therefore \text{ পুতেকৰ বৰ্তমান বয়স হ'ব} = (45 - x) \text{ বছৰ}$$

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } (x - 5)(45 - 5 - x) = 4(x - 5)$$

$$\Rightarrow (x - 5)(40 - x) = 4x - 20$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 200 + 5x - 4x + 20 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 41x + 180 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 36x - 5x + 180 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 36) - 5(x - 36) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 36)(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow x = 36, x = 5 \text{ (সম্ভৱ নহয়)}$$

$$\therefore \text{ হলিৰামৰ বয়স} = 36 \text{ বছৰ।}$$

প্ৰশ্ন 9. এখন কাৰ্পেট দাম 25 টকা। যদি কাৰ্পেটখন আৰু 4 মিটাৰ দীঘল হ'লেহেঁতেন আৰু প্ৰতিমিটাৰৰ দাম 1 টকা কম হ'লেহেঁতেন তেন্তে কাৰ্পেটখনৰ দাম সমানে থাকিলেহেঁতেন। কাৰ্পেটখনৰ দীঘ কিমান আছিল?

সমাধান :

ধৰা হ'ল কাৰ্পেটখনৰ দীঘ = x মিটাৰ

\therefore প্ৰতিমিটাৰ দাম = $\frac{35}{x}$ টকা

প্ৰশ্নমতে, $(x + 4)\left(\frac{35}{x} - 1\right) = 35$

$$\Rightarrow (x + 4)\left(\frac{35-x}{x}\right) = 35$$

$$\Rightarrow 35x + 140 - x^2 - 4x = 35x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 140 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 14x - 10x - 140 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 14) - 10(x + 14) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 14)(x - 10) = 0$$

$$\Rightarrow x = -14 \text{ (সম্ভৱ নহয়)} \quad x = 10$$

\therefore কাৰ্পেটখনৰ দীঘ = 10 মিটাৰ ।

প্ৰশ্ন 10. কেইজনমান শ্ৰমিকৰ দিনে 500 টকাৰ খাদ্য লাগে । এদিন 5 জন অনুপস্থিত থকাত প্ৰতিজনৰ ভাগত 5 টকাকৈ বেছি ভৰণী হ'ল । সিদিনা কিমানজন শ্ৰমিক উপস্থিত আছিল ।

সমাধান :

ধৰা হ'ল সেইদিনা উপস্থিত থকা শ্ৰমিকৰ সংখ্যা = x জন ।

\therefore মুঠ শ্ৰমিক হ'ব = $(x + 5)$ জন

প্ৰত্যেকজনে দিব লগা ধনৰ পৰিমাণ = $\frac{500}{x+5}$

প্ৰশ্নমতে, $x\left(\frac{500}{x+5} + 5\right) = 500$

$$\Rightarrow x\left(\frac{500+5x+25}{x+5}\right) = 500$$

$$\Rightarrow 500x + 5x^2 + 25x = 500x + 2500$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 500 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 25x - 20x - 500 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 25) - 20(x + 25) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 25)(x - 20) = 0$$

$$\Rightarrow x = -25 \text{ (সম্ভৱ নহয়)} \quad x = 20$$

$$\therefore x = 20$$

\therefore সেইদিনা উপস্থিত থকা শ্ৰমিকৰ সংখ্যা = 20 জন ।

প্ৰশ্ন 11. কোনো এটা সংখ্যা তাৰ যোগাত্মক বৰ্গমূলতকৈ 20 বেছি, সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান : ধৰা হ'ল সংখ্যাটো = x

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } x - \sqrt{x} = 20$$

$$\Rightarrow x - 20 = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow (x - 20)^2 = x$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 - x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 41x + 400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x - 16x + 400 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 25) - 16(x - 25) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 25)(x - 16) = 0$$

$$\Rightarrow x = 25, x = 16 \text{ হ'ব নোৱাৰে ।}$$

$$\therefore 16 < 20 \quad \therefore x = 25$$

\therefore সংখ্যাটো 25 ।