

ব্ৰহ্মোদশ অধ্যায়

পৃষ্ঠকালি আৰু আয়তন
(SURFACE AREAS AND VOLUMES)

প্ৰশ্ন 1. প্ৰত্যেক আয়তনৰ 64 ঘনমিঃ বিশিষ্ট দুটা ঘনক (Cube) মুৰে মুৰে সংযোগ কৰা হ'ল। চৌপলটোৰ (Cuboid) পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল ঘনকটোৰ এটা বাহু = x ছে.মি.

$$\therefore \text{ঘনকটোৰ আয়তন} = 64 \text{ ছে.মি.}^3$$

$$\therefore x^3 = 64 \quad [\text{ঘনকটোৰ আয়তন} = (\text{বাহু})^3]$$

$$\Rightarrow (x)^3 = (4)^3 \Rightarrow x = 4$$

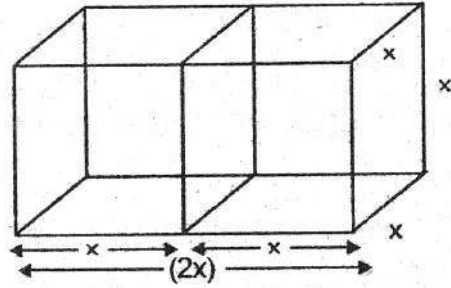
$$\therefore \text{ঘনকৰ এটা বাহু} = 4 \text{ ছে.মি.}$$

যেতিয়া দুটা ঘনকৰ মুৰে মুৰে সংযোগ কৰা হয়,

তেতিয়া আয়ত ঘনক গঠন হয়।

$$\therefore \text{দৈৰ্ঘ্য (L)} = 2x = 2 \times 4 = 8 \text{ ছে.মি.}$$

$$\text{প্ৰস্থ (B)} = x = 4 \text{ ছে.মি. আৰু উচ্চতা (H)} = x = 4 \text{ ছে.মি.}$$



$$\begin{aligned} \therefore \text{আয়ত ঘনকটোৰ পৃষ্ঠকালি} &= 2(LB + BH + HL) \\ &= 2 \times [8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8] \\ &= 2[32 + 16 + 32] = 2 \times 80 \\ &= 160 \text{ ছে.মি.}^3 \text{। (উত্তৰ)} \end{aligned}$$

প্ৰশ্ন 2. এটা পাত্ৰ এটা খোলা অৰ্দ্ধগোলক আৰু তাৰ ওপৰত এটা খোলা বেলনৰে গঠিত। অৰ্দ্ধগোলকটোৰ ব্যাস 14 চে.মি. আৰু পাত্ৰটোৰ

মূঠ উচ্চতা হল 13

সমাধান : এটা অর্ধ-গোলকৰ ব্যাস = 14 ছে.মি.

$$\Rightarrow 2R = 14$$

$$\Rightarrow R = 7 \text{ ছে.মি.}$$

অর্ধ-গোলাকৃতি পাত্ৰটোৰ সম্পূৰ্ণ উচ্চতা (H) = 13 ছে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তাকাৰ বেলেৰ উচ্চতা} = (13 - 7) \text{ ছে.মি.}$$

$$= 6 \text{ ছে.মি.}$$

\therefore পাত্ৰটোৰ ভিতৰৰ ফালৰ পৃষ্ঠকালি

= বৃত্তাকাৰ বেলেৰ ভিতৰৰ ফালৰ

পৃষ্ঠকালি + অর্ধ-গোলকৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি

$$= 2\pi RH + 2\pi R^2$$

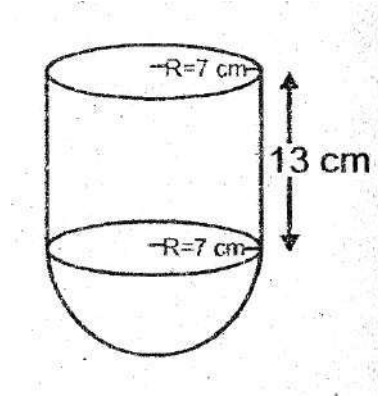
$$= 2\pi R(H + R)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)$$

$$= 44 \times 13$$

$$= 572 \text{ ছে.মি.}^2$$

$$\therefore \text{পাত্ৰটোৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি} = 572 \text{ ছে.মি.}^2$$



প্ৰশ্ন 3. এটা পুতলা একে ব্যাসার্দ্ধযুক্ত এটা অর্ধগোলকৰ ওপৰত 3.5 চে.মি. ব্যাসার্দ্ধযুক্ত এটা শংকুৰে গঠিত। পুতলাটোৰ মুঠ উচ্চতা হ'ল 15.5 চে.মি.। পুতলাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : শংকুটোৰ ব্যাসার্দ্ধ = অর্ধগোলটোৰ ব্যাসার্দ্ধ (R)

$$= 3.5 \text{ ছে.মি.}$$

$$= \frac{35}{10} = \frac{7}{2} \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{শংকুৰ উল্লম্ব উচ্চতা} (H) = (15.5 - 3.5) = 12 \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{শংকুৰ হেলনীয়া উচ্চতা, } L = \sqrt{R^2 + H^2}$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + (12)^2$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{49}{4} + 144}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{49+576}{4}}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{625}{4}}$$

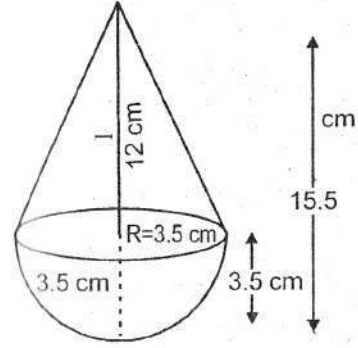
$$\Rightarrow L = \frac{25}{2}$$

$$\text{পুতলাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি} = 2\pi R^2 + \pi RL$$

$$= \pi R(R + L)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \left(2 \times \frac{7}{2} + \frac{25}{2} \right)$$

$$= 11 \left(\frac{39}{2} \right) = 214.5 \text{ ছে.মি.}^2$$



প্রশ্ন 4. 7 চে.মি. কাষযুক্ত এটা ঘনকীয় এটা টুকুৰা ওপৰভাগ এটা অধ্ৰ্গোলককে আঙুৰি আছে। অধ্ৰ্গোলকটোৰ সৰ্বোচ্চ ব্যাস কিমান হ'ব পাৰে? গোটো বস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ঘনকীয় টুকুৰাৰ এটা বাহু = 7 ছে.মি.

অধ্ৰ্গোলকৰ ব্যাস = 7 ছে.মি.

$$\therefore 2R = 7$$

$$\Rightarrow R = \frac{7}{2} \text{ ছে.মি.।}$$

\therefore সম্পূৰ্ণ ঘনকীয় টুকুৰাৰ কালি

$$= (\text{ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি}) - (\text{অধ্ৰ্গ-গোলকৰ ভূমিৰ কালি}) + (\text{অধ্ৰ্গ-গোলকৰ বক্র-পৃষ্ঠৰ কালি})$$

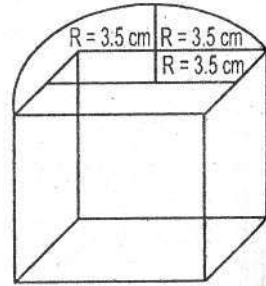
$$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$$

$$= 6l^2 + \pi R^2$$

$$= 6(7)^2 + \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \left[6 \times 49 + 11 \times \frac{7}{2} \right] \text{ ছে.মি.}^2$$

$$= 332.5 \text{ ছে.মি.}^2 \text{।}$$



প্রশ্ন 5. এটা ঘনকীয় কাঠৰ টুকুৰাৰ এটা পৃষ্ঠৰ পৰা এটা অধ্ৰ্গোলক আকৃতিৰ গভীৰতা কাটি লোৱা হৈছে যাতে অধ্ৰ্গোলকৰ ব্যাস 'l' ঘনকৰ কাষৰ সৈতে একে হয়। অৱশিষ্ট অংশৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ঘনকৰ বহুদৈৰ্ঘ্য = l

\therefore অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাস = ঘনকৰ এটা বাহু

$$\Rightarrow 2R = l$$

$$\Rightarrow R = \frac{l}{2}$$

অৱশিষ্ট নিৰ্বেট বা গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি

= ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি - অৰ্ধ-গোলকৰ ভূমিৰ কালি + অৰ্ধ-গোলকৰ ভিতৰৰ পৃষ্ঠকালি

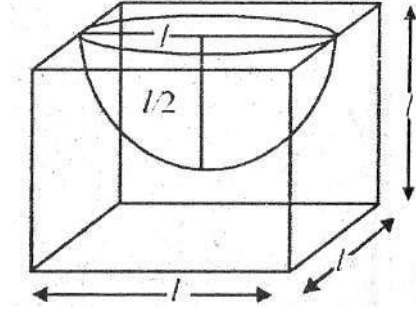
$$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$$

$$= 6l^2 + \pi R^2$$

$$= 6l^2 + \pi\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= 6l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$$

$$= \frac{1}{4}l^2(\pi + 24) \text{ বৰ্গএকক। (উত্তৰ)}$$



প্ৰশ্ন 6. 2.4 চে.মি. উচ্চতা আৰু 1.4 চে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট এটা গোটা বেলনৰ পৰা এটা একে উচ্চতাৰ আৰু ব্যাসৰ শংকু আকৃতিৰ খোল খুলি উলিওৱা হ'ল। অৱশিষ্ট গোটাবস্তুটোৰ পৃষ্ঠকালি বৰ্গ চে.মি.ৰ শুদ্ধমানত নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : বেলনৰ ব্যাস (D) = 1.4 ছে.মি. = শংকুৰ ব্যাস।

\therefore বেলনৰ ব্যাসার্ধ = শংকুৰ ব্যাসার্ধ (R) = $\frac{1.4}{2} = 0.7$ ছে.মি.

বেলনৰ উচ্চতা (H) = 2.4 ছে.মি.

আমি জানো, $L^2 = R^2 + H^2$

$$\Rightarrow L = \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2}$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25}$$

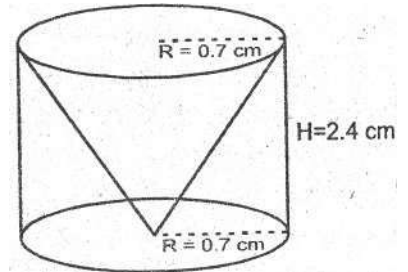
$$\Rightarrow L = 2.5 \text{ ছে.মি.।}$$

\therefore অৱশিষ্ট অংশটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি

= বেলনৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি + বেলনৰ ভূমিৰ কালি + শংকুৰ পৃষ্ঠকালি

$$= 2\pi RH + \pi R^2 + \pi R^2$$

$$= \pi R(2R + R + L)$$



$$= \frac{22}{7} \times 0.7 [2(2.4) + 0.7 + 2.5]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{100} [4.8 + 3.2]$$

$$= \frac{22}{10} \times \frac{176}{10} = 17.6 \text{ ছে.মি.}^2$$

$$\therefore \text{অবশিষ্ট অংশটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি (আসন্ন ছে.মি.}^2) = 17.6 \text{ ছে.মি.}^2$$

প্ৰশ্ন 9. চিত্ৰ 13.11 ত দেখুওৱাৰ দৰে এটা গোটা বেলনৰ পৰা দুয়োটা মূৰৰপৰা অৰ্ধগোলক আকৃতিত কাটি এটা কাঠৰ বস্ত্ৰ বনোৱা হ'ল। যদি বেলনৰ উচ্চতা 10 চে.মি. আৰু ইয়াৰ ভূমিৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 3.5 চে.মি., তেন্তে বস্ত্ৰটোৰ মুঠ পৃষ্ঠ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : বেলনৰ উচ্চতা (H) = 10 ছে.মি.

$$\text{বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ} = \text{অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ (R)}$$

$$= 3.5 \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{বস্ত্ৰটোৰ সম্পূৰ্ণ পৃষ্ঠকালি} = \text{বেলনৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি} + 2 \times \text{অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি}$$

$$= 2\pi RH + 2(2\pi R^2)$$

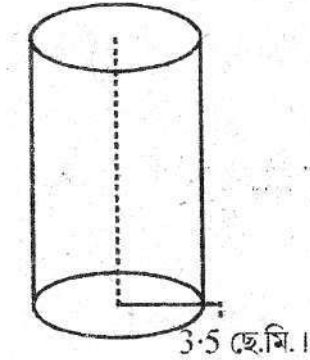
$$= 2\pi R(H + 2R)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 [10 + 2(3.5)]$$

$$= \frac{44}{7} \times \frac{35}{10} [10 + 7]$$

$$= \frac{44}{7} \times \frac{5}{10} \times 17 = 44 \times \frac{1}{2} \times 17$$

$$= 22 \times 17 = 374 \text{ ছে.মি.}^2 \text{ (উত্তৰ)}$$



অনুশীলনী - 13.2

প্রশ্ন 1. শংকু আকৃতিৰ এটা গোটাবস্তু এটা অর্ধগোলকৰ ওপৰত থিয় হৈ আছে য'ত সিহঁত দুয়োটাৰ ব্যাসার্ধ হ'ল 1 চে.মি. আৰু শংকুৰ উচ্চতা ইয়াৰ ব্যাসার্ধ সমান। গোটাবস্তুটোৰ আয়তন π ৰ মানেৰে নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : শংকুৰ ব্যাসার্ধ = অর্ধ-গোলাকৰ ব্যাসার্ধ (R) = 1 ছে.মি.

শংকুৰ উচ্চতা = 1 ছে.মি.

বস্তুটোৰ আয়তনৰ = শংকুৰ আয়তনৰ + অর্ধ-গোলকৰ আয়তন

$$= \frac{1}{3} \pi R^2 H + \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{1}{3} \pi R^2 (H + 2R)$$

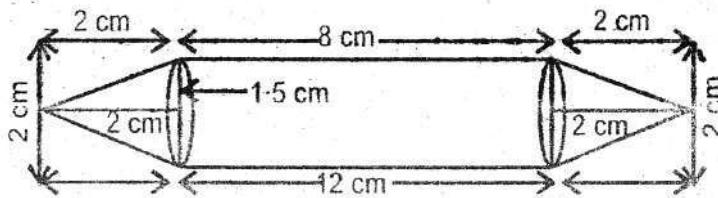
$$= \frac{1}{3} \pi (1)^2 [1 + 2 \times 1] = \frac{1}{3} \pi \times 3 = \pi \text{ ছে.মি.}^3$$

\therefore বস্তুটোৰ আয়তন = π ছে.মি.³ (উত্তৰ)

প্রশ্ন 2. বাছেল এজন ইঞ্জিনিয়াৰিঙৰ ছাত্ৰ, তেওঁক এখন পাতল-এলুমিনিয়ামৰ পাতৰ সহায়ত দুইমূৰে দুটা শংকুসহ এটা দেলন আকৃতিৰ আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰিবলৈ কোৱা হ'ল। আৰ্হিৰ ব্যাস হ'ল 3 চে.মি. আৰু দৈৰ্ঘ্য 12 চে.মি.। যদি প্ৰতিটো শংকুৰ দৈৰ্ঘ্য 2 চে.মি. হয়, তেন্তে বাছেলে প্ৰস্তুত আৰু আৰ্হিত থকা বায়ুৰ আয়তন নিৰ্ণয়। (ধৰাহওক, আৰ্হিৰ ভিতৰৰ আৰু বাহিৰৰ মাপ প্ৰায় একে)।

সমাধান : শংকুৰ ব্যাসার্ধ (R) = বেলনৰ ব্যাসার্ধ = (R) = $\frac{3}{2}$ ছে.মি.

প্ৰতিটো শংকুৰ উচ্চতা (h) = 2 ছে.মি.



\therefore বেলনৰ উচ্চতা (H) = $12 - 2 - 2 = 8$ ছে.মি.

\therefore আৰ্হিটোত থকা বায়ুৰ আয়তন (V) = বেলনৰ আয়তন + 2 শংকুৰ আয়তন

$$= \pi R^2 H + 2 \left[\frac{1}{3} \pi R^2 h \right]$$

$$= \pi R^2 \left[H + \frac{2}{3} h \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \left[8 + \frac{2}{3} \times 2 \right] \\
&= \frac{22}{7} \times \frac{15}{10} \times \frac{15}{10} \left[8 + \frac{4}{3} \right] \\
&= \frac{11}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \left(\frac{24+4}{3} \right) \\
&= \frac{99^3}{14} \times \frac{28^2}{8} \text{ ছে.মি.}^3
\end{aligned}$$

∴ আৰ্হিটোত থকা বায়ুৰ আয়তন (v) = 66 ছে.মি.³ । (উত্তৰ)

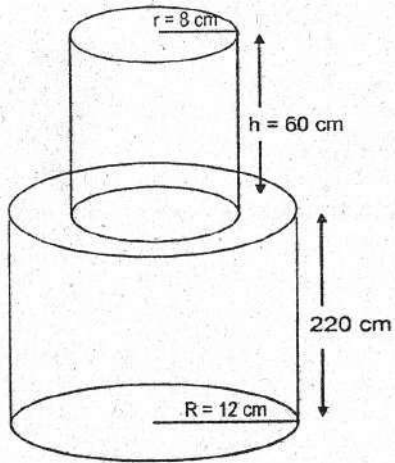
প্ৰশ্ন 3. এটা গোটা লোহাৰ খুটা 220 চে.মি. উচ্চতা আৰু 24 চে.মি. ভূমি ব্যাসবিশিষ্ট বেলনেৰে গঠিত যাৰ ওপৰভাগ 60 চে.মি. উচ্চতা আৰু 8 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত আন এটা বেলনে আবৃত কৰি আছে । খুটাটোৰ ভৰ নিৰ্ণয় কৰা , দিয়া আছে, 1 ঘন চে.মি. লোহাৰ ভৰ প্ৰায় 8 গ্ৰাম । ($\pi = 3.14$ ব্যৱহাৰ কৰা)।

সমাধান : তলৰ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ (R) = $\frac{24}{2} = 12$ ছে.মি.

তলৰ বেলনৰ উচ্চতা (H) = 220 ছে.মি.

ওপৰৰ বেলনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ (r) = 8 ছে.মি.

ওপৰৰ বেলনৰ উচ্চতা (h) = 60 ছে.মি.



∴ খুটাটোৰ আয়তন = তলৰ বেলনৰ আয়তন + ওপৰৰ বেলনৰ আয়তন

$$\begin{aligned}
&= \pi R^2 H + \pi r^2 h \\
&= 3.14 \times 12 \times 12 \times 220 + 3.14 \times 8 \times 8 \times 60 \\
&= 99475.2 + 12057.6 \\
&= 111532.8 \text{ ছে. মি.}^3
\end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ ছে.মি.}^3\text{-ৰ ভৰ} = 8 \text{ গ্ৰাম}$$

$$\therefore 111532.8\text{-ৰ ভৰ} = 8 \times 111532.8$$

$$= 892262.4 \text{ গ্ৰাম}$$

$$= \frac{892262.4}{10000} \text{ কি. গ্ৰাম.} = 892.2624 \text{ গ্ৰাম}$$

$$\therefore \text{খুটাটোৰ ভৰ} = 8922.6 \text{ কি. গ্ৰাম. (প্ৰায়) ।}$$

প্ৰশ্ন 5. এটা গোলক আকৃতিৰ কাঁচৰ পাত্ৰৰ 8 চে.মি. দীঘল আৰু 2 চে.মি. ব্যাসৰ এটা বেলন সদৃশ ডিঙি আছে, গোলকীয় অংশৰ ব্যাস হ'ল 8.5 চে.মি.। ইয়াত ধৰা পানী জোখ-মাপ কৰি এটা শিশুৱে ইয়াৰ আয়তন 345 ঘন চে.মি. পালে । ওপৰৰ জোখ ভিতৰৰ জোখ হিচাপে লৈ আৰু $\pi = 3.14$ ধৰি, তাই শুদ্ধ আছিলনে নাই, পৰীক্ষা কৰা ।

সমাধান : বেলনাকৃতিৰ ডিঙিৰ ব্যাস = 2 ছে.মি.

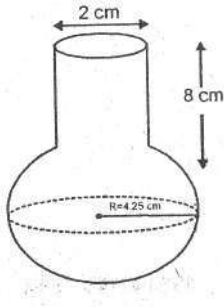
$$\therefore \text{ডিঙিৰ ব্যাসার্ধ } (r) = 1 \text{ ছে.মি.}$$

$$\text{বেলনাকৃতি অংশৰ উচ্চতা } (h) = 8 \text{ ছে.মি.}$$

$$\text{গোলাকাৰ কাঁচৰ পাত্ৰটোৰ ব্যাস} = 8.5 \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{কাঁচৰ পাত্ৰটোৰ ব্যাসার্ধ } (R) = \frac{8.5}{2} \text{ ছে.মি.} = 4.25 \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{পাত্ৰটোত থকা পানীৰ পৰিমাণ } (v)$$



$$= \text{গোলাকাৰ পাত্ৰৰ আয়তন} + \text{বেলনাকৃতি অংশৰ আয়তন}$$

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi r^2 h$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4.25)^3 + 3.14 \times (1)^2 \times 8$$

$$= 321.39 + 25.12 = 346.51 \text{ ছে.মি.}^3$$

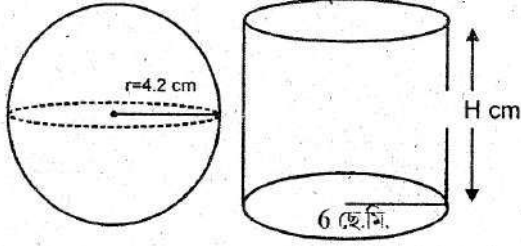
$$\therefore \text{পাত্ৰটোত থকা পানীৰ পৰিমাণ} = 346.51 \text{ ছে.মি.}^3$$

$$\therefore \text{পৰীক্ষা কৰি দিখা গ'ল যে শিশুটোৰ হিচাপ ঠিক নহয় ।}$$

অনুশীলনী – 13.3

প্রশ্ন 1. 4.2 ছে.মি. ব্যাসার্ধৰ খাতুৰ গোলক এটা গলাই পেলোৱা হ'ল আৰু তাক পুনৰ 6 চে.মি ব্যাসার্ধৰ এটা বেলন আকৃতি দিয়া হ'ল। বেলনটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :



খাতুৰ-গোলকৰ ব্যাসার্ধ (r) = 4.2 ছে.মি.

বেলনৰ ব্যাসার্ধ (R) = 6 ছে.মি.

ধৰা হ'ল বেলনৰ উচ্চতা = H ছে.মি.

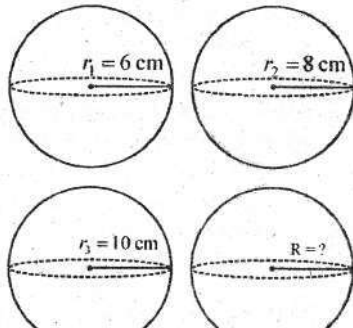
খাতুৰ-গোলকটো গলোৱাৰ পিচত, গোলকৰ আয়তন = বেলনৰ আয়তন হয়।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{4}{3}\pi r^3 &= \pi R^2 H \\ \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.2)^3 &= \frac{22}{7} \times (6)^2 H \\ \Rightarrow H &= \frac{\frac{4}{3} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2}{6 \times 6} \\ \Rightarrow H &= \frac{4}{3} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\ \Rightarrow H &= \frac{2744}{1000} = 2.744 \text{ ছে.মি.} \end{aligned}$$

\therefore বেলনটোৰ উচ্চতা (H) = 2.74 ছে.মি. (প্ৰায়)

প্রশ্ন 2. 6 চে.মি., 8 চে.মি. আৰু 10 চে.মি., ব্যাসার্ধৰ তিনিটা খাতুৰ গোলক গলাই এটা নতুন গোলক তৈয়াৰ কৰা হ'ল। নতুন গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :



প্রথম গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ (r_1) = 6 ছে.মি.

দ্বিতীয় গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ (r_2) = 8 ছে.মি.

তৃতীয় গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ (r_3) = 10 ছে.মি.

ধৰা হ'ল গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ = R ছে.মি.

তিনিটা গোলক গলোৱাৰ পিছত, সিহঁতৰ আয়তন = ডাঙৰ গোলকটোৰ আয়তন ।

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3$$

$$\Rightarrow R^3 = 216 + 512 + 1000 = 1728$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{2^6 \times 3^3}$$

$$\Rightarrow R = 2^2 \times 3 = 12$$

\therefore নতুন গোলকটোৰ ব্যাসার্ধ 12 ছে.মি. ।

প্ৰশ্ন 3.20 মিটাৰ গভীৰ আৰু 7 মিটাৰ ব্যাসৰ এটা কুঁৱা খান্দি তাৰ মাটিখিনি সমভাৱে বহলাই 22 মি. \times 14 মি. জোখৰ প্লেটফৰ্ম এখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল । প্লেটফৰ্মখনৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান : কুঁৱাটোৰ ব্যাস = 7 মি.

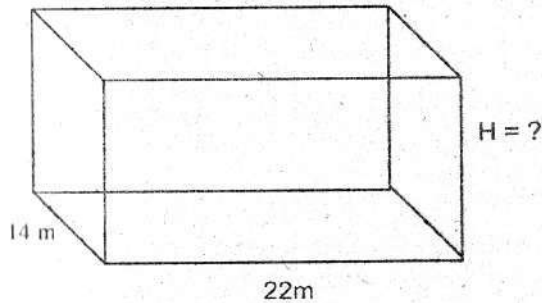
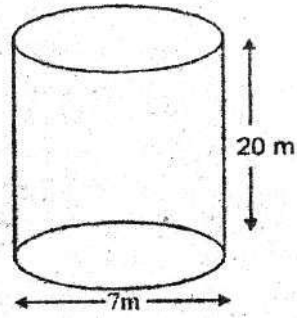
$$\therefore \text{কুঁৱাটোৰ ব্যাসার্ধ } (R) = \frac{7}{2} \text{ মি.}$$

প্লেটফৰ্মৰ দৈৰ্ঘ্য (L) = 22 মি.

প্লেটফৰ্মৰ প্ৰস্থ (B) = 14 মি.

ধৰা হ'ল প্লেটফৰ্মৰ উচ্চতা = H মি.

কুঁৱাটোৰ পৰা খনন কৰা মাটি আয়তন = প্লেটফৰ্মৰ আয়তন ।



$$\therefore \text{প্ৰশ্নমতে, } \pi R^2 H = L \times B \times H$$

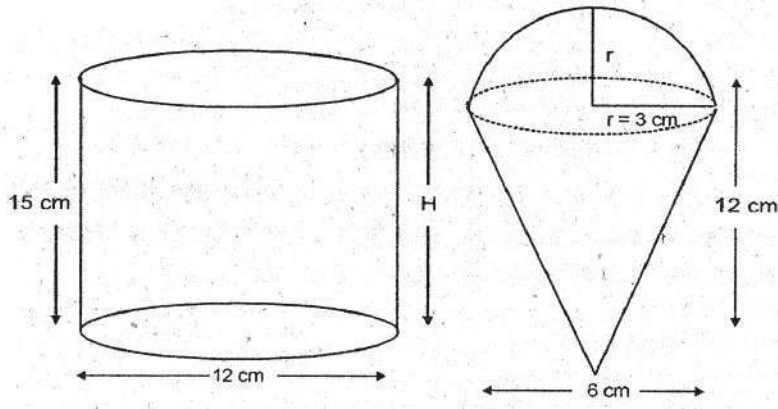
$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20 = 22 \times 14 \times H$$

$$\Rightarrow H = \frac{22 \times 7 \times 7 \times 20^{10^5}}{7 \times 7 \times 2 \times 22 \times 14} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ মি.}$$

\therefore প্লেটফৰ্মৰ উচ্চতা = 2.5 মি. (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্ন 4. 12 চে.মি. ব্যাস আৰু 1৫ চে.মি. উচ্চতাৰ লম্বীয় বৃত্তাকাৰ বেলন আকৃতিৰ এটা পাত্ৰ আইচক্ৰীমৰে পূৰ্ণ হৈ আছে । আইচক্ৰীমখিনি 12 চে.মি. উচ্চতা আৰু 6 চে.মি. ব্যাসৰ ওপৰৰ ফালে অৰ্দ্ধগোলক আকৃতিৰ শংকুত ভৰাব লাগে । এই আইচক্ৰীমখিনিৰে পূৰাব পৰা এনে কিমান সংখ্যক শংকু পাম নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :



বেলনৰ ব্যাস (D) = 12 ছে.মি. ।

বেলনৰ ব্যাসার্ধ (R) = 6 ছে.মি. ।

বেলনৰ উচ্চতা (H) = 15 ছে.মি. ।

শংকুৰ ব্যাস = 6 ছে.মি. ।

শংকুৰ ব্যাসার্ধ = 3 ছে.মি. ।

অৰ্ধ-গোলকৰ ব্যাসার্ধ (r) = 3 ছে.মি. ।

শংকুৰ উচ্চতা (h) = 12 ছে.মি. ।

ধৰা হ'ল আইচ-ক্ৰীম ভৰাব বাবে ব্যৱহৃত শংকু-আকাৰ বিশিষ্ট পাত্ৰৰ সংখ্যা = n

\therefore পাত্ৰটোত থকা আইচ-ক্ৰীমৰ আয়তন

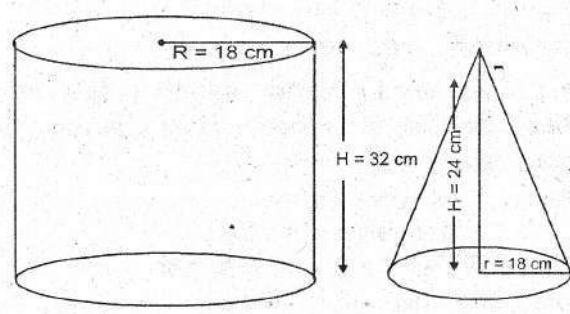
$$= (\text{শংকুৰ আয়তন} + \text{অৰ্ধ-গোলকৰ আয়তন})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \pi R^2 H &= n \left[\frac{1}{3} \pi r^2 + \frac{2}{3} \pi r^3 \right] \\ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 &= n \left[\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 12 + \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} (3)^3 \right] \\ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 &= n \left[\frac{22}{7} \times 3 \times 12 + 2 \times \frac{22}{7} 3^2 \right] \\ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15 &= n \times \frac{22}{7} \times 3^2 \times 2[2 + 1] \\ \Rightarrow n &= \frac{6^2 \times 6^2 \times 15^5}{3 \times 3 \times 2 \times 3} = 10 \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় শংকুর সংখ্যা = 10. (উত্তর)

প্রশ্ন 5. 32 চে.মি. ওখ আৰু 18 চে.মি. ভূমিব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এটা বেলন আকৃতিৰ বালিটো বালিৰে পূৰ্ণ হৈ আছে। এই বালিটো মাটিত খালী কৰাত এটা শংকু আকৃতিৰ দল সৃষ্টি হ'ল। শংকু আকৃতিৰ দলটোৰ উচ্চতা 24 চে.মি. হ'লে, শংকুটোৰ ব্যাসার্ধ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা নির্ণয় কৰা।

সমাধান :



বেলনাকৃতি বালিটৰ ব্যাসার্ধ (R) = 18 চে.মি.।

বেলনাকৃতি বালিটৰ উচ্চতা (H) = 32 চে.মি.।

শংকু আকৃতিৰ দলৰ উচ্চতা (h) = 24 চে.মি.।

ধৰা হ'ল শংকুৰ ভূমি ব্যাসার্ধ = r

আৰু হেলনীয়া উচ্চতা = l .

বালিটত থকা বালিৰ আয়তন = শংকুত থকা বালিৰ আয়তন।

$$\begin{aligned} \Rightarrow \pi R^2 H &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 18 \times 18 \times 32 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{18 \times 18 \times 2^4 \times 2}{2^4} = (9)^2 \times 2^2 \times 2^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{9^2 \times 2^2 \times 2^2} = 9 \times 2 \times 2 = 36$$

\therefore ব্যাসার্ধ (r) = 36 ছে.মি. (উত্তৰ)

$$\text{আকৌ, (হেলনীয়া উচ্চতা)}^2 = (\text{ব্যাসার্ধ})^2 + (\text{উচ্চতা})^2$$

$$\Rightarrow l^2 = r^2 + h^2$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{(36)^2 + (24)^2}$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{1276 + 576} = \sqrt{1872}$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{12 \times 12 \times 13} \Rightarrow l = 12\sqrt{13}$$

\therefore নিৰ্ণেয় হেলনীয়া উচ্চতা = $12\sqrt{13}$ ছে.মি. ।

প্ৰশ্ন 6. এজন খেতিয়কে তেওঁৰ পথাৰত থকা 10 মি. ব্যাস আৰু 2 মি. গভীৰতাৰ এটা বেলন আকৃতিৰ চৌবাচ্চাৰ লগত 20 চে.মি. ভিতৰ ব্যাসৰ এডাল পাইপ এটা নলাৰ লগত সংযোগ কৰি দিলে । যদি 3 কি.মি./ঘন্টা হাৰত পাইপেৰে পানী বৈ যায় তেন্তে চৌবাচ্চাটো ভৰ্তি হ'বলৈ কিমান সময় লাগিব ?

সমাধান :

$$\text{পানীপ্ৰবাহৰ হাৰ} = 3 \text{ কি.মি./ঘন্টা} ।$$

$$\text{নলাৰ অস্থৰ্ব্যাস} = 20 \text{ ছে.মি.}$$

$$\therefore \text{নলাৰ ব্যাসার্ধ } (r) = 10 \text{ ছে.মি.} = \frac{10}{100} \text{ মি.} = \frac{1}{10} \text{ মি.}$$

$$\text{বেলনাকৃতি চৌবাচ্চাটোৰ ব্যাস} = 10 \text{ মি.}$$

$$\text{বেলনাকৃতি চৌবাচ্চাটোৰ ব্যাসার্ধ } (R) = \frac{10}{2} \text{ মি.} = 5 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{চৌবাচ্চাটোৰ উচ্চতা } (H) = 2 \text{ মি.}$$

ধৰা হ'ল নলাটো n মিনিটত চৌবাচ্চাটোত পানী সম্পূৰ্ণ ভাবে পূৰ্ণ কৰে ।

$$\therefore \text{চৌবাচ্চাটোৰ আয়তন} =$$

$$n \text{ মিনিটত নলাৰ দ্বাৰা সম্পূৰ্ণভাবে পূৰ্ণ কৰা পানীৰ আয়তন}$$

$$\Rightarrow \pi R^2 H = n [\text{খেতিপথাৰৰ কালি প্ৰস্থচ্ছেদ} \times \text{পানীৰ বেগ}]$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 2 = n(\pi r^2) \times 3 \text{ কি.মি./ঘন্টা} ।$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = n \left[\frac{22}{7} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{3 \times 1000}{60} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = n \left[\frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 25 \times 2 = \frac{77}{7} \times \frac{1}{2} \times n$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} = 50 \Rightarrow n = 100$$

∴ চৌবাচ্চাটো সম্পূর্ণভাবে পূৰ্ণ হ'বলৈ 100 মিনিট সময় লাগিব। (উত্তৰ)

অনুশীলনী – 13.4

প্ৰশ্ন 1. এটা পানীখোৰা গিলাচ এটা 14 চে.মি. উচ্চতাৰ শংকুচ্ছেদ। ইয়াৰ দুই বৃত্তাকাৰ মূৰৰ ব্যাস 4 চে.মি. আৰু 2 চে.মি.। গিলাচৰ ধাৰণ ক্ষমতা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

গিলাচ উচ্চতা (H) = 14 ছে.মি.

গিলাচৰ ওপৰৰ প্ৰান্তৰ ব্যাসার্ধ (R) = 2 ছে.মি.

গিলাচৰ তলৰ প্ৰান্তৰ ব্যাসার্ধ (r) = 1 ছে.মি.

শংকুচ্ছেদ আকৃতিৰ গিলাচৰ আয়তন

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \pi [R^2 + r^2 + Rr]H \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} [(2)^2 + (1)^2 + 2 \times 1] \times 14 \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} [4 + 1 + 2] \times 14 \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 14 \\ &= \frac{22 \times 14}{3} = 102.67 \text{ ছে.মি.}^3 \end{aligned}$$

∴ গিলাচৰ আয়তন = 102.67 ছে.মি.³

প্ৰশ্ন 2. এটা শংকুচ্ছেদৰ হেলনীয়া উচ্চতা 4 চে.মি. আৰু ইয়াৰ বৃত্তাকাৰ মূৰৰ পৰিসীমা (পৰিধি) হ'ল 18 চে.মি. আৰু 6 চে.মি.।

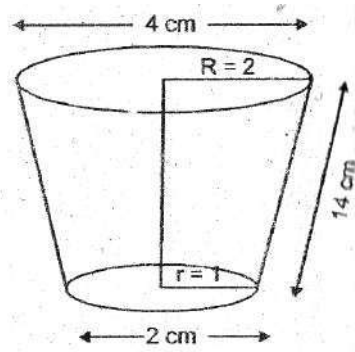
শংকুচ্ছেদটোৰ বক্রপৃষ্ঠৰকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

শংকুচ্ছেদ আকৃতিৰ গিলাচৰ হেলনীয়া উচ্চতা = 4 ছে.মি.

গিলাচটোৰ ওপৰৰ অংশ আৰু তলৰ অংশৰ ব্যাসার্ধ ক্ৰমে R আৰু r ধৰা হ'ল।

∴ ওপৰৰ অংশৰ পৰিধি = $2\pi R = 18$



$$\Rightarrow R = \frac{18}{2\pi}$$

$$\Rightarrow R = \frac{9}{\pi} \text{ ছে.মি. ।}$$

তলত অংশৰ পৰিধি = 6 ছে.মি.

$$\Rightarrow 2\pi r = 6$$

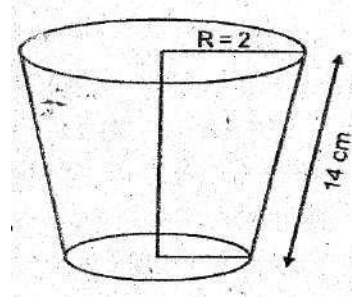
$$\Rightarrow r = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi} \text{ ছে.মি.}$$

গিলাচৰ বক্র পৃষ্ঠৰ কালি = $\pi(R + r)l$

$$= \pi\left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right) \times 4$$

$$\Rightarrow \pi\left(\frac{12}{\pi}\right) \times 4 = 48 \text{ ছে.মি.}^2$$

\therefore নিৰ্ণেয় বক্রপৃষ্ঠৰ কালি = 48 ছে.মি.² (উত্তৰ)



প্ৰশ্ন 3. 16 চে.মি. উচ্চতাৰ শংকুচ্ছেদ এটুকুৰাৰ নিচিনা ধাতুৰ পাতৰে নিৰ্মিত মুখৰ খোলা পাত্ৰ এটাৰ তলৰ আৰু ওপৰৰ ভূমিৰ ব্যাসার্ধ ক্ৰমে 8 চে.মি. আৰু 20 চে.মি. । প্ৰতিটিটাবত 20 টকা দৰত লোৱা গাখীৰেৰে পাত্ৰটো পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান খৰচ পৰিব নিৰ্ণয় কৰা । পাত্ৰটো নিৰ্মান কৰোঁতে ব্যৱহাৰ কৰা ধাতুৰ পাতৰ খৰচ উলিওৱা যদি ইয়াৰ দাম প্ৰতি 100 বৰ্গ চে.মি. 8 টকা । ($\pi = 3.14$ লোৱা) ।

সমাধান :

পাত্ৰটোৰ তলৰ অংশৰ ব্যাসার্ধ (R) = 20 ছে.মি.

পাত্ৰটোৰ তলৰ অংশৰ ব্যাসার্ধ (r) = 8 ছে.মি.

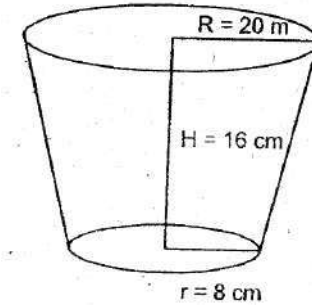
আৰু উচ্চতা(H) = 16 ছে.মি.

\therefore হেলনীয়া উচ্চতা (l) = $\sqrt{H^2 + (R - r)^2}$

$$= \sqrt{(16)^2 + (20 - 8)^2}$$

$$= \sqrt{256 + 144}$$

$$= \sqrt{400} = 20 \text{ ছে.মি. ।}$$



পাত্ৰটোৰ খৰণক্ষমতা = $\frac{1}{3}\pi H(R^2 + r^2 + Rr)$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16[(20)^2 + (8)^2 + 20 \times 8]$$

$$= \frac{3.14 \times 16}{3} [400 + 64 + 160]$$

$$= 3.14 \times 16 \times 624$$

$$= 10449.92 \text{ ছে.মি.}^3$$

$$\therefore \text{গাখীৰৰ পৰিমাণ} = 10449.92 \text{ ছে.মি.}^3$$

$$= \frac{10449.92}{100} \text{ লিটাৰ } [\because 1 \text{ ছে.মি.}^3 = 1000 \text{ লি.}]$$

$$= 104.5 \text{ লিটাৰ}$$

$$\therefore 1 \text{ লিটাৰ গাখীৰৰ মূল্য} = 20 \text{ টকা}$$

$$\therefore 10.45 \text{ লিটাৰ গাখীৰৰ মূল্য} = (10.45 \times 20) \text{ টকা}$$

$$= 209 \text{ টকা ।}$$

$$\therefore \text{পাত্ৰটোৰ বক্ৰ-পৃষ্ঠ কালি} = \pi l(R + r)$$

$$= 3.14 \times 20[20 + 8]$$

$$= 1758.4 \text{ ছে.মি.}^2$$

$$\text{পাত্ৰটোৰ ভূমিৰ কালি} = \pi r^2$$

$$= 3.14 \times (8)^2$$

$$= 3.14 \times 64 = 200.96 \text{ ছে.মি.}^2$$

$$\text{পাত্ৰটো প্ৰস্তুত কৰাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় ধাতুৰ পৰিমাণ}$$

$$= \text{বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি} + \text{ভূমিৰ কালি}$$

$$= (1758.4 + 200.96) \text{ ছে.মি.}^2$$

$$= 1959.36 \text{ ছে.মি.}^2$$

$$\therefore \text{প্ৰতি } 100 \text{ ছে.মি.}^2 \text{ পাতৰ মূল্য} = 8 \text{ টকা ।}$$

$$\therefore 1 \text{ ছে.মি.}^2 \text{ পাতৰ মূল্য} = \frac{8}{100} \text{ টকা ।}$$

$$\therefore 1959.36 \text{ ছে.মি.}^2 \text{ পাতৰ মূল্য} = \left(\frac{8}{100} \times 1959.36\right) \text{ টকা ।}$$

$$= 156.75 \text{ টকা ।}$$

$$\therefore \text{ব্যৱহৃত ধাতব-পাতৰ মূল্য} = 156.75 \text{ টকা আৰু গাখীৰৰ মূল্য } 209.00 \text{ টকা ।}$$

$$\Rightarrow H = \frac{\frac{22}{9} \times 1000}{\frac{22}{7} \times \frac{1}{32} \times \frac{1}{32}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{22}{9} \times 1000 \times 7 \times 32 \times 32 \times \frac{1}{22}$$

$$\Rightarrow H = 796444.44 \text{ ছে.মি.}$$

$$\Rightarrow H = \frac{796444.44}{100} \text{ মিটাৰ}$$

$$\Rightarrow H = 7964.44 \text{ মিটাৰ}$$

$$\therefore \text{তাঁৰটোৰ দৈৰ্ঘ্য} = 7964.44 \text{ মিটাৰ।}$$

অনুশীলনী – 13.5 (ঐচ্ছিক)

প্ৰশ্ন 1. 3 মি.মি. ব্যাসৰ এডাল তামৰ তাঁৰ, 12 চে.মি. ওখ আৰু 10 চে.মি. ব্যাসৰ এটা বেলনৰ বাহিৰফালে মেৰাওৱা হৈছে যাতে বেলনটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠ সম্পূৰ্ণৰূপে ঢাক খায়। তাঁৰডালৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু ভৰ, তামৰ ঘনত্ব 8.88 গ্ৰাম প্ৰতিঘন চে.মি. খৰি লৈ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধানঃ তাঁৰৰ ব্যাস (d) = 3 মি.মি.

$$\therefore \text{তাঁৰৰ ব্যাসার্ধ } (\pi) = \frac{3}{2} \text{ মি.মি.} = \frac{3}{20} \text{ ছে.মি.}$$

$$\text{বেলনৰ ব্যাস} = 10 \text{ ছে.মি.।}$$

$$\text{বেলনৰ ব্যাসার্ধ } (R) = 5 \text{ ছে.মি.।}$$

$$\text{বেলনৰ উচ্চতা } (H) = 12 \text{ ছে.মি.।}$$

$$\text{বেলনৰ পৰিধি} = \text{এক পাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য।}$$

$$\Rightarrow 2\pi R = \text{এক পাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য।}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{তাঁৰৰ পাক (turn) ৰ সংখ্যা} &= \frac{\text{বেলনৰ উচ্চতা}}{\text{তাঁৰৰ ব্যাসার্ধ}} \\ &= \frac{12 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{12}{3} \times 10 = 40 \text{ ছে.মি.।} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য} = \text{তাঁৰৰ পাকৰ সংখ্যা} \times \text{একপাক তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য}$$

$$\Rightarrow H = 40 \times \frac{220}{7} \text{ ছে.মি.।} = 1257.14 \text{ ছে.মি.।}$$

$$\therefore \text{তাঁৰৰ আয়তন} = \pi r^2 H$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{20} \times \frac{3}{20} \times 1257.14 \text{ ছে.মি.}^3$$

$$= 88.89 \text{ ছে.মি.}^3 \text{।}$$

$$\therefore 1 \text{ ছে.মি.}^3 \text{ আয়তন বিশিষ্ট তাঁৰৰ ভৰ} = 8.88 \text{ গ্ৰাম}$$

$$\therefore 88.89 \text{ ছে.মি.}^3 \text{ আয়তন বিশিষ্ট তাঁৰৰ ভৰ} = (8.88 \times 88.89) \text{ গ্ৰাম}$$

$$= 789.41 \text{ গ্ৰাম।}$$

$$\therefore \text{ব্যৱহৃত তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য} = 1257.14 \text{ ছে.মি. আৰু তাঁৰৰ ভৰ} = 789.41 \text{ গ্ৰাম।}$$

প্ৰশ্ন 2. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ যাৰ বাহু 3 চে.মি. আৰু 4 চে.মি. (অতিভুজৰ বাদে), যাৰ অতিভুজৰ সাপেক্ষে ঘূৰোৱা হৈছে। এনেদৰে ঘূৰ্ণনৰ ফলত গঠিত দ্বৈত শংকুৰ আয়তন আৰু পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা (π ৰ মান সুবিধামতে লোৱা)।

সমাধান : $\triangle ABC$ ত্ৰিভুজৰ $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3$ ছে.মি. আৰু $AC = 4$ ছে.মি.। BC হ'ল অতিভুজ।

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ ছে.মি.।}$$

দ্বি-শঙ্কুৰ ব্যাসার্ধ হ'ল AO (অথবা AO)।

$$BAA \text{ শংকুৰ উচ্চতা} = BO \text{ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা} = 3 \text{ ছে. ছে.মি.।}$$

$$CAA \text{ শংকুৰ উচ্চতা} = CO \text{ আৰু হেলনীয়া উচ্চতা} = 4 \text{ ছে.মি.।}$$

এতিয়া, $\triangle AOB \cong \triangle CAB$ [$A - A$ সদৃশ উপপাদ্য]

$$\therefore \frac{AO}{4} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} \text{ ছে.মি.}$$

$$\text{আৰু } \frac{BO}{3} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow BO = \frac{9}{5} \text{ ছে.মি.}$$

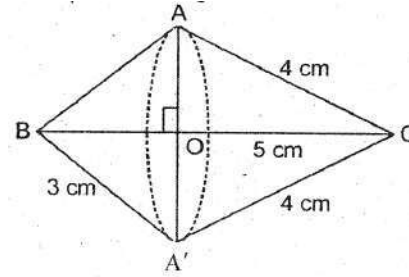
$$\therefore CO = BC - OB$$

$$= \left(5 - \frac{9}{5}\right) \text{ ছে.মি.} = \frac{16}{5} \text{ ছে.মি.}$$

এতিয়া, দ্বি-শংকুৰ আয়তন

$$= [ABA \text{ শংকুৰ আয়তন}] + [ACA \text{ শংকুৰ আয়তন}]$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot OB + \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot OC$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 (OB + OC) \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{12}{5} \times \frac{12}{5} \left(\frac{9}{5} + \frac{16}{5} \right) \\
&= \frac{22 \times 4 \times 12 \times 32}{7 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1056}{35} = 30 \frac{6}{35} \text{ ছে.মি.}^3
\end{aligned}$$

আকৌ, দ্বি-শংকুৰ বক্র-পৃষ্ঠৰ কালি

$$\begin{aligned}
&= [ABA \text{ শংকুৰ পৃষ্ঠকালি}] + [ACA \text{ শংকুৰ পৃষ্ঠকালি}] \\
&= \pi \cdot AO \cdot AB + \pi \cdot AO \cdot A'C \\
&= \left(\frac{22}{7} \times \frac{12}{7} \times 3 \right) + \left(\frac{22}{7} \times \frac{12}{7} \times 4 \right) \text{ ছে.মি.}^2 \\
&= \left(\frac{792}{35} + \frac{1056}{35} \right) \text{ ছে.মি.}^2 = \frac{1848}{35} = 52.75 \text{ ছে.মি.}^2 \text{।}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩. 13.5 অনুচ্ছেদত দিয়া শংকুৰচ্ছেদৰ বক্রপৃষ্ঠৰ কালি আৰু মুঠ পৃষ্ঠকালিৰ বাবে দিয়া সূত্র কেইটা নিৰ্ণয় কৰা (প্রতিষ্ঠা কৰা), ব্যাখ্যা কৰা মতে চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিবা।

সমাধান : শংকুচ্ছেদ হ'ল দুটা অসমান বৃত্তাকাৰ ভূমি বিশিষ্ট লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু। $ACDB$ হ'ল শংকুচ্ছেদ। OP হ'ল হেলনীয়া তীৰক-উচ্চতা।

ধৰা হ'ল R আৰু r যথাক্রমে শংকুৰ বৃত্তীয় তলৰ ব্যাসার্ধ ($R > r$)। শংকু আকৃতি অংশ VCD সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল।

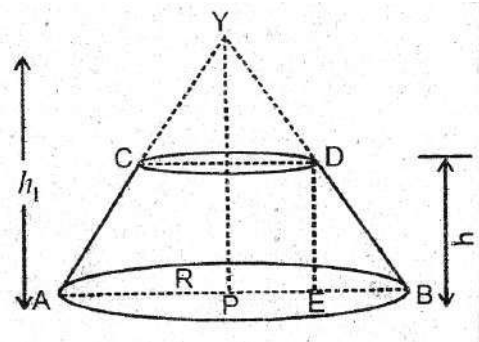
h আৰু l যথাক্রমে উল্লম্ব উচ্চতা আৰু হেলনীয়া উচ্চতা। তেনেহ'লে, $OP = h$ আৰু $AC = BD = l$ ধৰা হ'ল VAB শংকুৰ উচ্চতা = h_1 আৰু হেলনীয়া উচ্চতা = l_1 । অৰ্থাৎ $VP = h_1$ আৰু $A = VB = l$ ।

এতিয়া, $\triangle DEB$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ -

$$\begin{aligned}
DB^2 &= DE^2 + BE^2 \\
\Rightarrow l^2 &= h^2 + (R - r)^2 \\
\Rightarrow l &= \sqrt{h^2 + (R - r)^2}
\end{aligned}$$

আকৌ, $\triangle VOD \cong \triangle VPB$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{VD}{VB} &= \frac{OD}{PB} \\
\Rightarrow \frac{l_1 - l}{l_1} &= \frac{r}{R} \\
\Rightarrow 1 - \frac{l}{l_1} &= \frac{r}{R} \\
\Rightarrow \frac{l}{l_1} &= 1 - \frac{r}{R} = \frac{R - r}{R}
\end{aligned}$$



$$\Rightarrow l_1 = \frac{lR}{R-r}$$

$$\text{এতিয়া, } l_1 - l = \frac{lR}{R-r} - l = \frac{lr}{R-r}$$

শংকুচ্ছেদৰ বক্রপৃষ্ঠ কালি

$$\begin{aligned} &= \pi R l_1 - \pi r (l_1 - l) \\ &= \pi R \cdot \frac{lR}{R-r} - \pi r \times \frac{lr}{R-r} \\ &= \pi l \left(\frac{R^2 - r^2}{R-r} \right) = \frac{\pi l (R-r)(R+r)}{(R-r)} \\ &= \pi l (R + r) \text{ বৰ্গএকক।} \end{aligned}$$

\therefore লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ বক্রপৃষ্ঠৰ কালি = $\pi l (R + r)$ বৰ্গএকক, য'ত

$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

আৰু শংকুচ্ছেদৰ লম্ববৃত্তাকাৰ শংকুৰ বক্রপৃষ্ঠ কালি

$$\begin{aligned} &= \text{বক্রপৃষ্ঠ কালি} + \text{ভূমি তলৰ কালি} + \text{ওপৰৰ অংশৰ কালি} \\ &= \pi l (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2 \\ &= \pi [R^2 + r^2 + (R + r)l] \text{ বৰ্গএকক।} \end{aligned}$$

প্ৰশ্ন 4. 13.5 অনুচ্ছেদত দিয়া শংকুচ্ছেদৰ আয়তন সম্বন্ধীয় সূত্ৰটো নিগমণ কৰা, ব্যাখ্যাত ব্যৱহাৰ কৰা চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিবা।

সমাধান : এটা লম্ব-বৃত্তীয় শংকু AVB -ৰ পৰা VCD অংশ বাদ দিলে কৰ্তীত-শীৰ্ষ শংকুচ্ছেদ পোৱা যায়।

OP = উচ্চতা, AC আৰু BD যথাক্ৰমে $ACDB$ শংকুচ্ছেদৰ হেলনীয়া উচ্চতা। R আৰু r , $ACDB$ শংকুৰ বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ

ব্যাসার্দ্ধৰ ($R > r$)। h আৰু l থাক্ৰমে উল্লম্ব উচ্চতা আৰু হেলনীয়া উচ্চতা। তেনেহ'লে $OP = h$ আৰু $AC = BD = l$ ।

চিত্ৰত h , VAB শংকুৰ হেলনীয়া উচ্চতা আৰু l_1 হ'ল VCD শংকুৰ তীৰ্থক উচ্চতা।

অৰ্থাৎ, $VP = h_1$ আৰু $VA = VB = l_1$

$\therefore VCD$ শংকুৰ উচ্চতা = $VP - OP = h_1 - h$

$$\Delta VOD \cong \Delta VPB$$

$$\Rightarrow \frac{VO}{VP} = \frac{OD}{PB} = \frac{h_1 - h}{h_1} = \frac{\pi}{R}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{h}{h_1} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{h}{h_1} = 1 - \frac{r}{R} = \frac{R-r}{R}$$

$$\Rightarrow h^1 = \frac{hR}{R-r}$$

$\therefore VCD$ শংকুর উচ্চতা = $h_1 - h$

$$= \frac{hR}{R-r} - h = \frac{hR - hR + hr}{R-r} = \frac{hr}{R-r}$$

$\therefore ACDB$ শংকুরচ্ছেদৰ আয়তন

= VAB শংকুর আয়তন - VCD শংকুর আয়তন

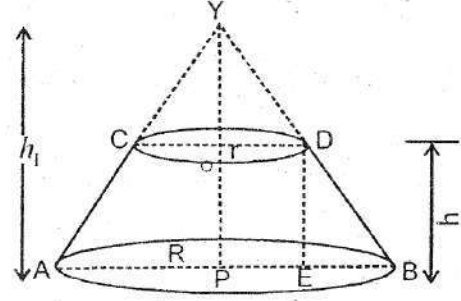
$$= \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 - \frac{1}{3} \pi r^2 (h_1 - h)$$

$$= \frac{\pi}{3} \left(R^2 \frac{hR}{R-r} - r^2 \frac{hr}{R-r} \right)$$

$$= \frac{\pi h}{3} \left(\frac{R^3 - r^2}{R-r} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \pi h \times \frac{(R-r)(R^2 + Rr + r^2)}{(R-r)}$$

$$= \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$$



আকৌ, দুটা বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ পৃষ্ঠকালি যথাক্রমে A_1 আৰু A_2 ($A_1 > A_2$)

$$\therefore A_1 = \pi r^2 \text{ আৰু } A_2 = \pi R^2$$

এতিয়া, শংকুচ্ছেদৰ আয়তন

$$= \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$= \frac{h}{3} (\pi R^2 + \pi r^2 + \sqrt{\pi R^2} \cdot \sqrt{\pi r^2})$$

$$= \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$