

প্রশ্ন 1. এটা বৃত্তৰ কিমানবোৰ স্পর্শক থাকিব পাৰে ?

সমাধান : এটা বৃত্তৰ অসংখ্য স্পর্শক থাকিব পাৰে ।

প্রশ্ন 2. খালী ঠাই পূৰ্ণ কৰা ।

(i) এটা বৃত্তৰ স্পর্শকে ইয়াক _____ বিন্দুত ছেদ কৰে ।

সমাধান : এটা ।

(ii) এটা বৃত্তক দুটা বিন্দুত ছেদ কৰা এডাল ৰেখাক _____ বোলে ।

সমাধান : ছেদক (Secant)

(iii) এটা বৃত্তৰ বৰ বেছি _____ সমান্তৰাল স্পর্শক থাকিব পাৰে ।

সমাধান : দুটা ।

(iv) এটা বৃত্তৰ এডাল স্পর্শক আৰু বৃত্তটোৰ উমৈহতীয়া বিন্দুটোক _____ বোলে ।

সমাধান : স্পর্শবিন্দু ।

প্রশ্ন 3. 5 ছে.মি. ব্যাসার্দ্ধযুক্ত এটা বৃত্তৰ এটা বিন্দু P ত টনা এডাল স্পর্শক OQ য়ে কেন্দ্ৰ O ৰ মাজেৰে যোৱা এডাল ৰেখাক Q বিন্দুত

লগা লাগে যাতে $OQ = 12$ ছে.মি. । PQ ৰ দৈৰ্ঘ্য হ'ল :

(A) 12cm (B) 13cm (C) 8.5 cm (D) $\sqrt{119}$ cm.

সমাধান : ইয়াত , $OP = 5$ cm, $OQ = 12$ cm

$\therefore PQ$ এটা স্পর্শক আৰু OP ব্যাসার্দ্ধ ।

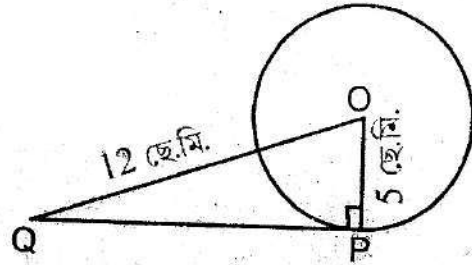
$\therefore \angle OPQ = 90^\circ$

$\therefore OPQ$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$OQ^2 = OP^2 + QP^2$$

$$\Rightarrow (12)^2 = (5)^2 + QP^2$$

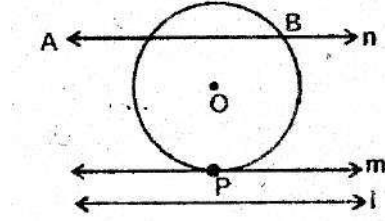
$$\Rightarrow QP^2 = 144 - 25 = 119 \quad \Rightarrow PQ = \sqrt{119} \text{ cm.} \quad \therefore \text{শুদ্ধ উত্তৰ হ'ল : (D)}$$



প্রশ্ন 4. এটা বৃত্ত আৰু এডাল প্ৰদত্ত ৰেখাৰ সমান্থৰালকৈ দুডাল ৰেখা আঁকা যাতে এডাল স্পৰ্শক হয় আৰু আনডাল ছেদক হয় ।

সমাধান :

প্ৰশ্নমতে, O কেন্দ্ৰ বিশিষ্ট এটা বৃত্ত অংকন কৰা হ'ল আৰু l এটা ৰেখা (প্ৰদত্ত) ।



এতিয়া, l ৰেখাৰ সমান্থৰাল কৰি m আৰু n দুটা ৰেখা অংকন কৰা হ'ল, যাতে m স্পৰ্শক l -ৰেখাৰ সমান্থৰাল আৰু n ছেদকও l ৰেখাৰ সমান্থৰাল । (প্ৰমাণিত)

অনুশীলনী –10.2

প্রশ্ন 1. এটা বিন্দু Q ৰ পৰা এটা বৃত্তৰ স্পৰ্শকডালৰ দৈৰ্ঘ্য 24 চে.মি. আৰু কেন্দ্ৰৰ পৰা Q ৰ দূৰত্ব 25 চে.মি. বৃত্তটোৰ ব্যাসার্ধ হ'ল :

- (a) 7 cm (b) 12 cm (c) 15 cm (d) 24.5 cm.

সমাধান :

O কেন্দ্ৰীয় বৃত্তত, PQ স্পৰ্শক = 24 ছে.মি. , $OQ = 25$ ছে.মি. $OP(r) = ?$ ।

এতিয়া, PQO সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা -

$$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$$

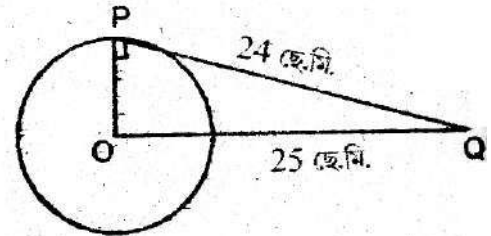
$$\Rightarrow (25)^2 = OP^2 + (24)^2$$

$$\Rightarrow 625 = OP^2 + 576$$

$$\Rightarrow OP^2 = 625 - 576 = 49$$

$$\Rightarrow OP = \sqrt{49} = 7$$

\therefore শুদ্ধ উত্তৰ হ'ল : (A)

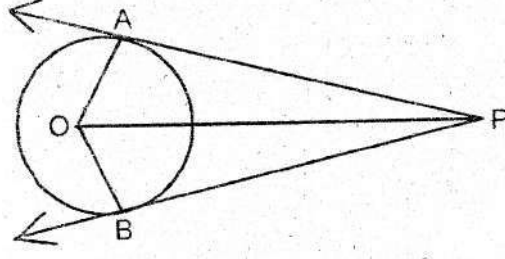


প্রশ্ন 3. যদি এটা বিন্দু P ৰ পৰা O কেন্দ্ৰযুক্ত এটা বৃত্তৰ PA আৰু PB স্পৰ্শককেইডালে পৰস্পৰ 80° কোণত হালি

থাকে, তেন্তে $\angle POA$

(a) 50^0 (b) 60^0 (c) 70^0 (d) 80^0 ব সমান ।

সমাধান :



প্রদত্ত চিত্রত, OA ব্যাসার্ধ আৰু AP স্পর্শক ।

$$\therefore \angle OAP = 90^0$$

অনুকপভাৱে, $\angle OBP = 90^0$

এতিয়া, $\triangle PAO$ আৰু $\triangle PBO$

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^0$$

$$OP = OP \text{ (সাধাৰণ বাহু)}$$

$$OA = OB \text{ (একে বৃত্তৰ ব্যাসার্ধ)}$$

$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO \text{ (R - H - S ত্ৰিভুজৰ স্বীকাৰ্য্য মতে)}$$

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

$$\Rightarrow \angle AOP = \angle BOP = \frac{1}{2} \angle AOB \dots \dots \dots (1)$$

আকৌ, $OAPB$ চতুৰ্ভুজত,

$$\angle OBP + \angle BPA + \angle PAO + \angle AOB = 360^0$$

$$\Rightarrow 90^0 + 80^0 + 90^0 + \angle AOB = 360^0$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 360^0 - 260^0$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 100^0 \dots \dots \dots (2)$$

\therefore (1) আৰু (2) - ৰ পৰা পাওঁ -

$$\angle AOP = \angle BOP = \frac{1}{2} \times 100^0 = 50^0$$

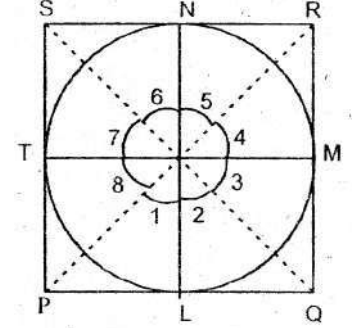
\therefore শুদ্ধ উত্তৰ হ'ল : (A)

প্রশ্ন 4. প্রমাণ কৰা যে এটা বৃত্তক স্পর্শ কৰি থকা এটা চতুৰ্ভুজৰ বিপৰীত বাহুবোৰ বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰত সন্মুখলৈ সম্পূৰ্ণক কোণ কৰে ।

সমাধান :

(i) বিশেষ সূত্র : O কেন্দ্ৰীয় বৃত্তক পৰিবেষ্টন কৰা $PQRS$ এটা চতুৰ্ভুজ । ইয়াৰ বাহুচাৰিটা PQ, QR, RS আৰু SP বৃত্তক

যথাক্রমে L, M, N আৰু T বিন্দুত স্পর্শ কৰিছে ।



(ii) প্রামাণ্য :

$$\angle POQ + \angle SOP = 180^\circ \text{ আৰু } \angle SOP + \angle ROQ = 180^\circ$$

(iii) অংকন : $OP, OL, OQ, OM, OR, ON, OS,$ আৰু OT সংযোগ কৰা হ'ল ।

(iv) প্রমাণ : \therefore এটা বহিঃবিন্দুৰ পৰা বৃত্তৰ ওপৰত অংকিত স্পর্শক কেন্দ্ৰত সমান

মাপৰ কোণ সৃষ্টি কৰে ।

$$\therefore \angle 2 = \angle 3; \angle 4 = \angle 5; \angle 6 = \angle 7; \angle 8 = \angle 1 \dots \dots \dots (1)$$

কিন্তু, এটা বিন্দু সৃষ্টি হোৱা কোণবোৰৰ সমষ্টি 360°

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 6 + \angle 1 = 360^\circ$$

[ব্যৱহাৰ কৰি]

$$\Rightarrow 2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow (\angle 1 + \angle 2) + (\angle 5 + \angle 6) = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POQ + \angle SOP = 180^\circ$$

অনুরূপভাৱে, $\angle SOP + \angle ROQ = 180^\circ$

\therefore কোনো বৃত্তক পৰিবেষ্টন কৰি থকা চতুৰ্ভুজৰ বিপৰীত বাহু দ্বাৰা বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰত গঠিত কোণবোৰ সম্পূৰ্ণক । (প্রমাণিত হ'ল)

প্রশ্ন 5. বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা 5 চে.মি. দূৰত্বত থকা এটা বিন্দু A ৰ পৰা স্পর্শক এডালৰ দৈৰ্ঘ্য 4 চে.মি. । বৃত্তটোৰ ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

O কেন্দ্ৰৰ বৃত্তৰ AP স্পর্শক । ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্য = 4 চে.মি. । OP ব্যাসার্ধ ।

$$\therefore \angle OPA = 90^\circ \mid AO = 5cm . OP = ?$$

এতিয়া , AOP সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ -

$$OA^2 = AP^2 = OP^2$$

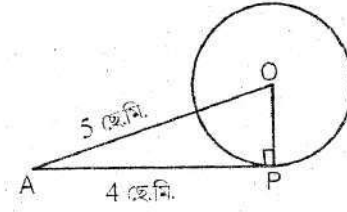
$$\Rightarrow (5)^2 = (4)^2 + OP^2$$

$$\Rightarrow 25 - 16 = OP^2$$

$$\Rightarrow OP^2$$

$$\Rightarrow OP = \sqrt{9} = 3$$

\therefore ব্যাসার্ধ (OP) = 3 ছে.মি. ।



প্রশ্ন 6. বৃত্ত এটাৰ 5 ছে.মি. আৰি 11 ছে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ সমান্তৰাল জ্যা দুডালৰ দূৰত্ব 3 ছে.মি. হ'লে বৃত্তটোৰ ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

দিয়া আছে $AD = 11\text{cm}$.

$$\therefore AB = \frac{11}{2}\text{cm}.$$

$$PQ = 5\text{cm}.$$

$$PC = \frac{5}{2}\text{cm}$$

$$BC = 3\text{cm}.$$

সমকোণী $\triangle OAB$ ৰ পৰা,

$$OA^2 = OB^2 + AB^2 \dots \dots \dots (i)$$

সমকোণী $\triangle POC$ ৰ পৰা,

$$OP^2 = OC^2 + PC^2 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore OA = OP$$

$$\Rightarrow OA^2 = OP^2$$

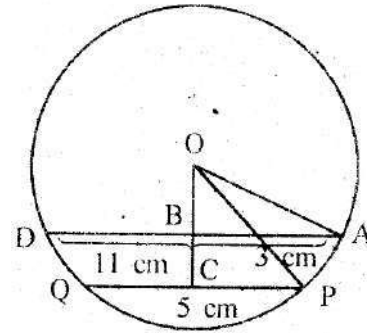
$$\Rightarrow OB^2 + AB^2 = OC^2 + PC^2$$

$$\Rightarrow OB^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = (OB + BC)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \quad [\because OC = OB + BC]$$

$$\Rightarrow OB^2 + \frac{121}{4} = OB^2 + 2 \times OB \times BC + BC^2 + \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{121}{4} - \frac{25}{4} = 2 \times OB \times 3 + 9$$

$$\Rightarrow \frac{121-25}{4} = 2 \times OB \times 3 + 9$$



$$\Rightarrow \frac{96}{4} = 6 OB + 9$$

$$\Rightarrow \frac{96}{4} - 9 = 6 BO$$

$$\Rightarrow \frac{96-36}{4} = 6 BO$$

$$\Rightarrow \frac{60}{4} = 6 BO$$

$$\Rightarrow 6 BO = 15$$

$$\therefore BO = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

$$O = \frac{5}{2}$$

$$\therefore OA^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{121}{4}$$

$$OA^2 = \frac{25+121}{4} = \frac{146}{4}$$

$$\therefore OA = \sqrt{\frac{146}{4}} = \frac{\sqrt{146}}{2}$$

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{\sqrt{146}}{2}$$

প্রশ্ন 7. $ABCD$ চক্রীয় চতুর্ভুজৰ $AD \parallel BC$ হ'লে প্রমাণ কৰা যে, $\angle B = \angle C$ ।

সমাধান :

বিশেষ সূত্র : $ABCD$ চক্রীয় চতুর্ভুজৰ $AD \parallel BC$ হ'লে প্রমাণ কৰিব লাগে $\angle B = \angle C$

প্রমাণ : $\therefore ABCD$ চক্রীয় চতুর্ভুজৰ

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ \dots \dots \dots (i)$$

আকৌ, $AD \parallel BC, DC$ ছেদক ।

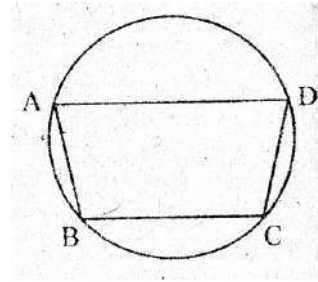
$$\therefore \angle D + \angle C = 180^\circ \dots \dots \dots (ii)$$

[ছেদকৰ একে ফালৰ অলঙ্কোণৰ সমষ্টি]

$$(i) - (ii) \Rightarrow \angle B + \angle D - \angle D - \angle C = 180 - 180$$

$$\Rightarrow \angle B - \angle C = 0$$

$$\Rightarrow \angle B = \angle C \text{ (প্রমাণিত)}$$



প্রশ্ন 8. চিত্র 10.13 ত, O কেন্দ্র যুক্ত বৃত্ত XY আৰু $X'Y'$ দুডাল সমান্বেৰাল স্পৰ্শক আৰু স্পৰ্শ বিন্দু C ত আন এডাল স্পৰ্শক AB য়ে XY ক A ত আৰু $X'Y'$ ক B ত কাটে। প্রমাণ কৰা যে $\angle AOB = 90^\circ$

সমাধান :

(i) বিশেষ সূত্র : ধৰো O কেন্দ্ৰীয় বৃত্ত XY আৰু X^1Y^1 দুটা সমান্বেৰাল স্পৰ্শক দুডালে ক্ৰমে P আৰু Q বিন্দুত স্পৰ্শ কৰিছে। এতিয়া বৃত্তস্থ বিন্দু C ত টনা স্পৰ্শক ডালে XY আৰু X^1Y^1 স্পৰ্শক দুডালক A আৰু B বিন্দুত কাটিছে।

(ii) প্রমাণ্য : $\angle AOB = 90^\circ$

(iii) অংকণ : OC, OP, OQ সংযোগ কৰা হ'ল। য'ত POQ বৃত্তটোৰ ব্যাস আৰু $OC \parallel PA$ ।

(iv) প্রমাণ : $\triangle OPA$ আৰু $\triangle OAC$ ত্ৰিভুজ দুটাত

$$OP = OC \text{ (একেই বৃত্তৰ ব্যাসার্ধ)}$$

$$PA = AC \text{ (এটা বহিস্থঃ বিন্দুৰ পৰা বৃত্তলৈ টনা স্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য সমান)}$$

$$OA \text{ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সাধাৰণ বাহু।}$$

$$\therefore \triangle OPA \cong \triangle OAC$$

$$\Rightarrow \angle POA = \angle AOC \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{অনুকপভাৱে, } \triangle OAC \cong \triangle OCB$$

$$\Rightarrow \angle AOC = \angle COB \dots \dots \dots (ii)$$

$$\triangle COB \cong \triangle OBQ$$

$$\Rightarrow \angle COB = \angle BOQ \dots \dots \dots (iii)$$

$$\therefore \text{চিত্ৰমতে, } \angle POQ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POA + \angle AOC + \angle COB + \angle BOQ = 180^\circ$$

$$\therefore (i), (ii) \text{ আৰু } (iii) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AOC + \angle AOC + \angle COB + \angle COB = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\angle AOC + 2\angle COB = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\angle AOC + \angle COB) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOC + \angle COB = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 90^\circ \text{ প্রমাণিত হ'ল।}$$